



AdS-CFT соответствие и физика твёрдого тела

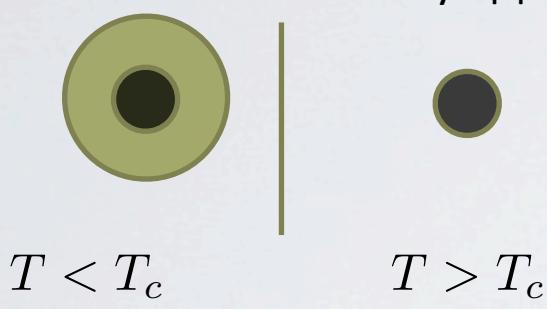
Афонин С.С., Пусенков И.В.

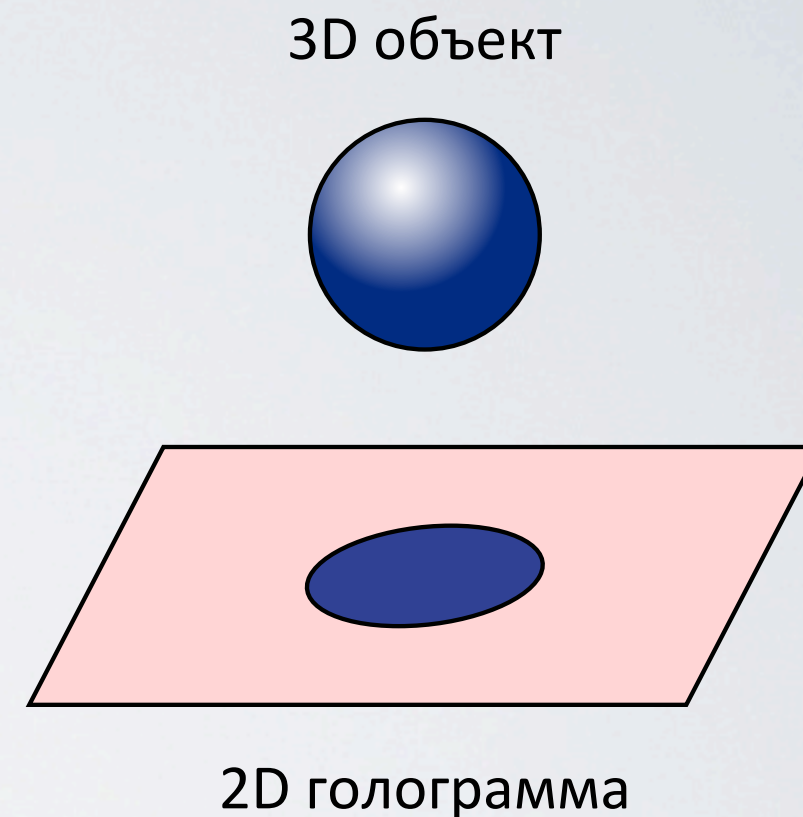
Кафедра физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ

$$T_{\text{гелий}} = 4.2\text{К}$$

$$T_{\text{азот}} = 77\text{К}$$

	Низкотемпературные сверх проводники	Высокотемпературные сверх проводники
Температуры:	$T_c < 30\text{К}$	$T_c > 30\text{К}$
Максимальные Температуры:		$T_c = 203\text{К} (-70\text{С})$
Вещества:	Чистые вещества или несложные сплавы $Hg (T_c = 4.2\text{К})$ $NbTi (T_c = 10\text{К})$	Более сложные сплавы на основе: 1. Меди и кислорода (купраты) 2. Железа (пниктиды) 3. Водорода $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+d} (T_c = 150\text{К})$ $GdOFeAs (T_c = 55\text{К})$ $H_2S (T_c = 203\text{К})$
Теория:	Бардина-Купера- Шрифера (БКШ)	Голография?

Гравитация в AdS_4	Теория сверхпроводимости в (2+1)
Температура Хокинга T_H	Температура материала T
Появление "волос" у ЧД  $T < T_c$ $T > T_c$	Появление сверхпроводимости $R = 0$ $R \neq 0$ $T < T_c$ $T > T_c$
Поля $A(x, z), \psi(x, z)$	Операторы $\hat{J}(x), \hat{O}(x)$
Граничные значения $A(x, r), \psi(x, r) _{r \rightarrow \infty}$	Наблюдаемые $\langle \hat{J}(x) \rangle, \langle \hat{O}(x) \rangle$ плотность тока Куперовский конденсат



Содержание

- Основные определения
- Дуальность
- Физика твердого тела
- Простейшая модель сверхпроводника
- Расширение модели

Уравнения Эйнштейна:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

$$\eta_{\mu,\nu} = \{-, +, +, +\}$$

Наша вселенная

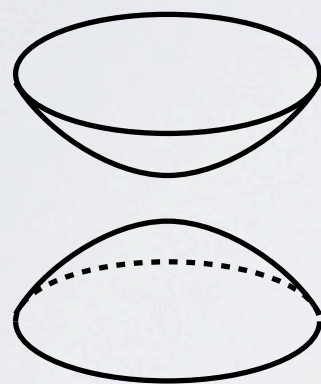
Отталкивание

$$\Lambda > 0$$

$$T_{\mu\nu} = 0$$

де-Ситтер:

$$\eta_{M,N} = \{-, +, +, +, +\}$$



$$-X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 = -L^2$$

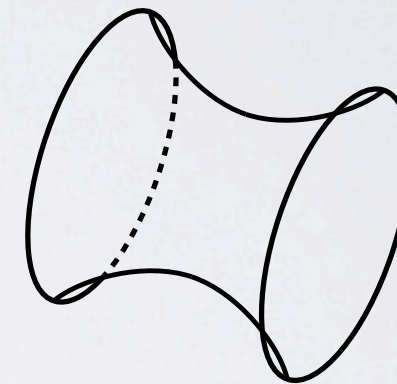
Притяжение

$$\Lambda < 0$$

$$T_{\mu\nu} = 0$$

анти де-Ситтер:

$$\eta_{M,N} = \{-, -, +, +, +\}$$



$$-X_0^2 - X_4^2 + X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 = -L^2$$

Специальные координаты:

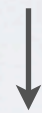
$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} (-dt^2 + dx^2 + dy^2) + \frac{L^2}{r^2} dr^2$$

Обычные координаты

Голографическая

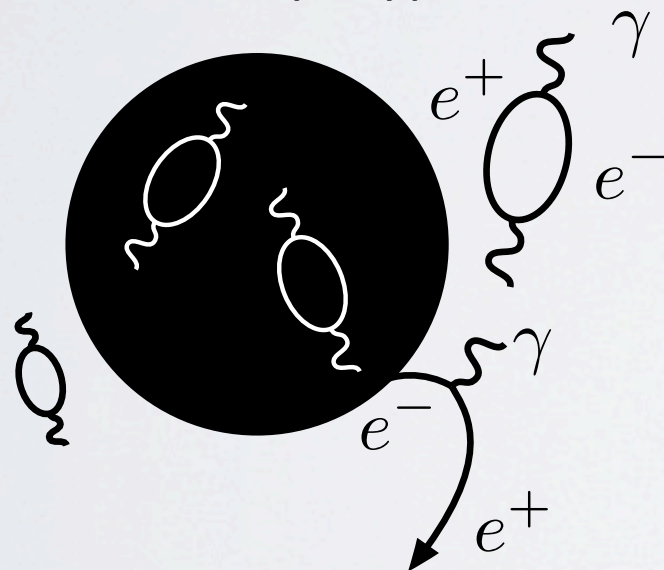
Сферически-симметричные решения:

Метрика Шварцшильда (1916):	$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)} + r^2 (d\Omega_2)$	$r_{\text{горизонт}} = \frac{2GM}{c^2}$
		$r_{\text{синг}} = 0$



Термодинамика Черных Дыр

Температура

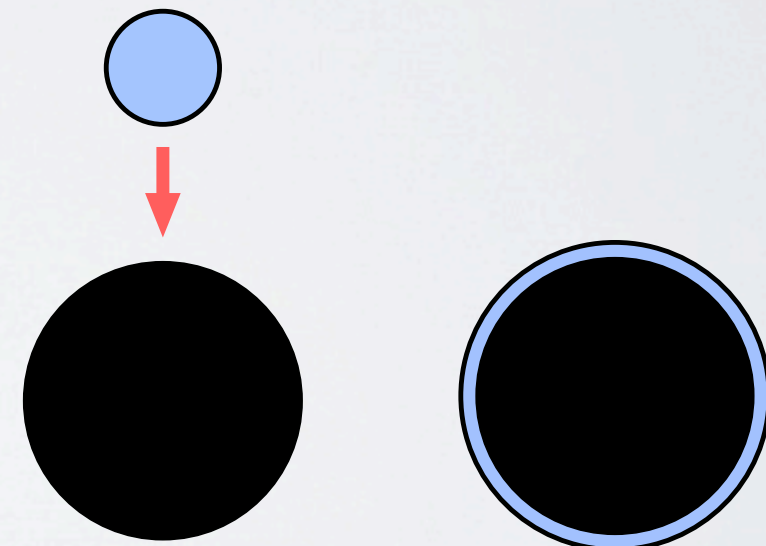


Излучение Хокинга (1973)

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM k_B}$$

Абсолютно черное тело

Энтропия ~ Информация



$$S \sim V$$

$$S = \frac{k_B c^3}{4G\hbar} A$$

Информационный парадокс

Преобразования:

Сдвиги: $x^\mu \rightarrow x^\mu + a^\mu$

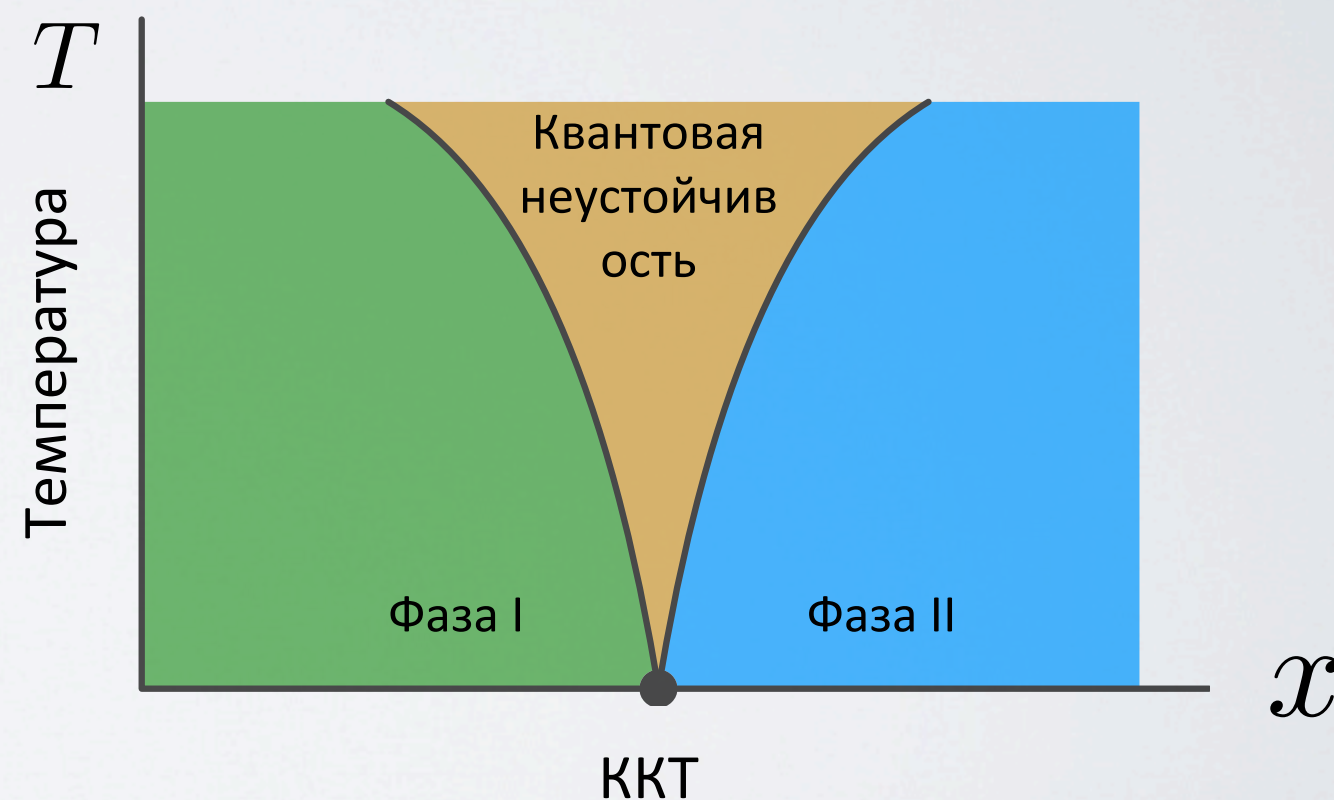
Повороты: $x^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\nu x^\nu$

Скейлинг: $x^\mu \rightarrow \lambda x^\mu$

Специальные
Конформные
Преобразования: $x^\mu \rightarrow \frac{x^\mu + b^\mu x^2}{1 + 2bx + b^2 x^2}$



2D Масштабно-инвариантная КТП
=
Конформно-инвариантная КТП



$$\phi(x) \rightarrow \lambda^\Delta \phi(\lambda x)$$

Δ - скейлинговая размерность

Применение: Теория струн, Латтинджеровская жидкость, Фазовые переходы

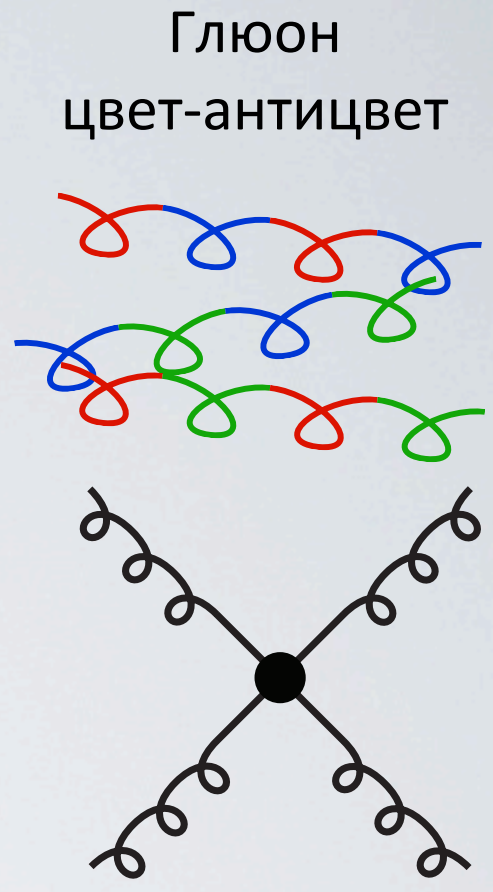
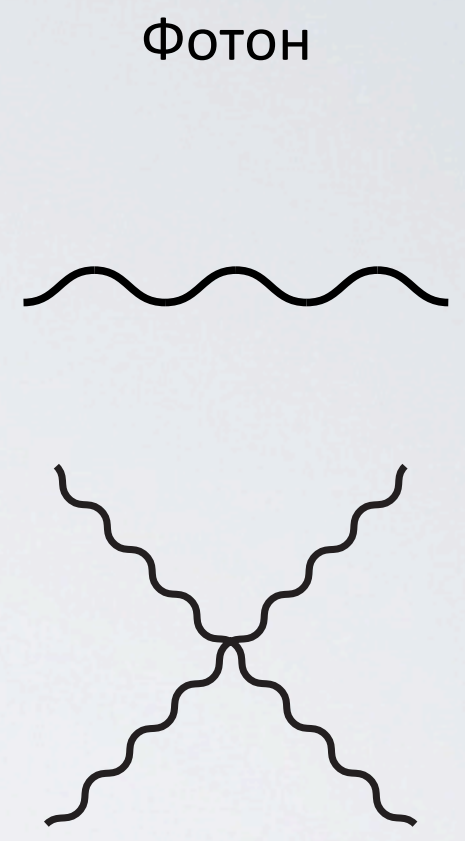
Действие:

$$S = \int dx^4 \left(-\frac{1}{4} F^{a,\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \right)$$

Напряженность: $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f_{bc}^a A_\mu^b A_\nu^c$

Неабелево калибровочное поле Константа связи

Квантовые поправки разрушают конформную инвариантность!



Квантовые поправки не рушат конформную инвариантность

Теория Янга-Миллса

$\mathcal{N}=4$ суперсимметричная теория Янга-Миллса

Суперсимметрия

Бозон ↔ Фермион

$$A_\mu^a$$

$$A_\mu^a, \lambda_\alpha^I, \phi^J$$

Калибровочное поле (s=1)

Калибровочное поле (s=1)
4 Гауджино (s=1/2)
6 Скаляров (s=0)

Фотон (s=1)
Фотино (s=1/2)

Электрон (s=1/2)
Сэлектрон (s=0)

Струны

Фундаментальные

Феноменологические



Фотон

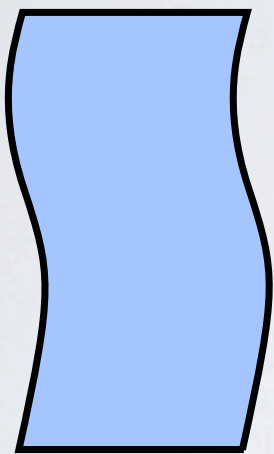


Гравитон

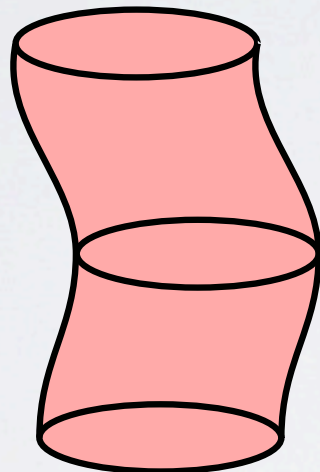


Размерность пространства = 10

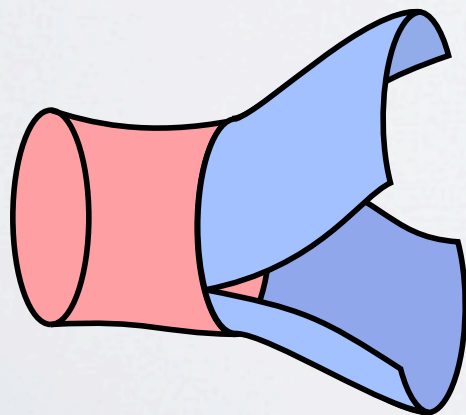
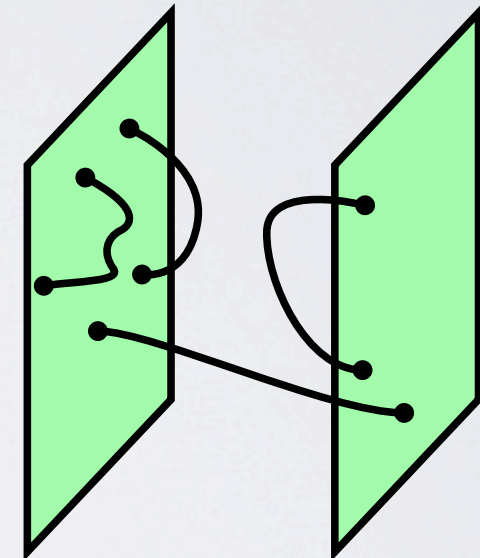
Глюонная струна



Открытая

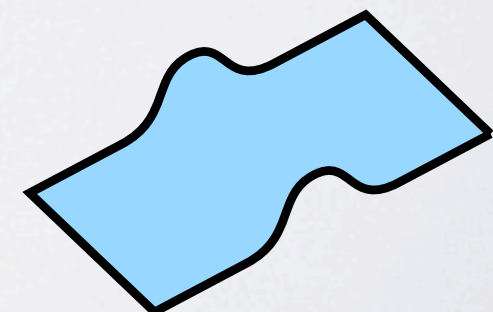


Закрытая



Взаимодействующие

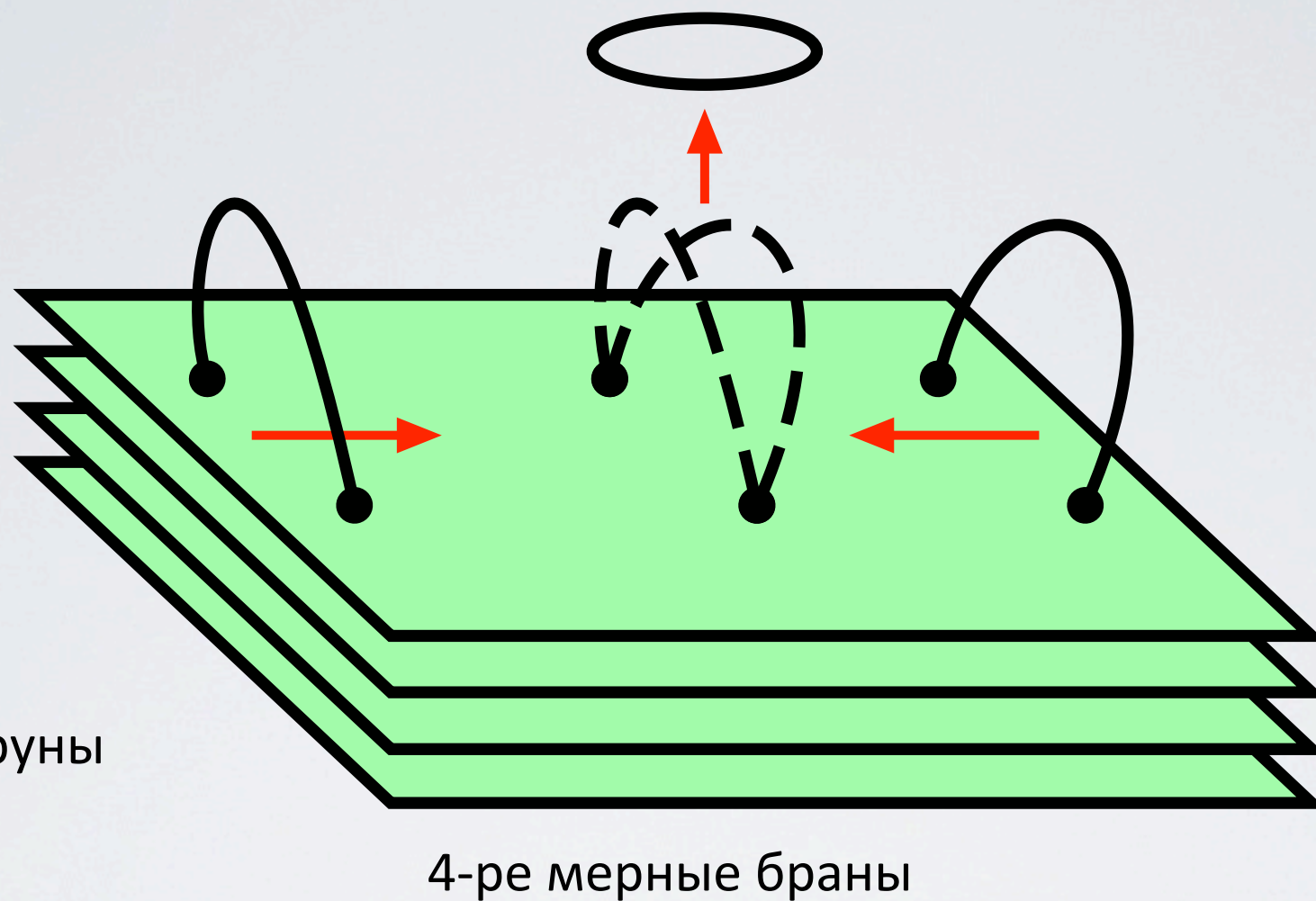
Брана как отдельный объект



Размерность, заряд, масса

Дуальность

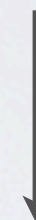
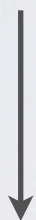
- Основная дуальность
- $\text{AdS}_5/\text{КТП}$



Открытые струны

Закрытые струны

4-ре мерные браны



$\mathcal{N}=4$ супер
симметричный Янг-Миллс

Теория суперструн в
 $AdS_5 \times S^5$

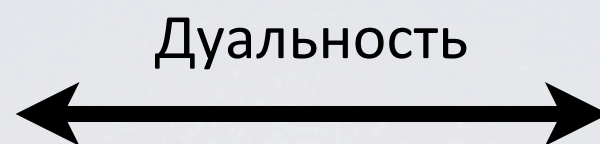
Дуальность

Большое количество бран N

Сильная связь
 $\lambda \gg 1$

Слабая связь
 $g_s \ll 1$

$\mathcal{N}=4$ супер
симметричный Янг-Миллс



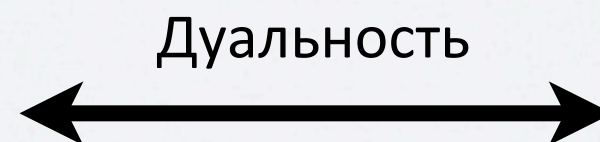
Теория суперструн в
 $AdS_5 \times S^5$

Симметрии	Геометрия
Конформная симметрия	AdS_5
Супер симметрия	S^5

*Низкие
энергии*
 $l_s^2 \equiv \alpha' \rightarrow 0$

КХД, теория ВТСП
НЕ суперсимметричные

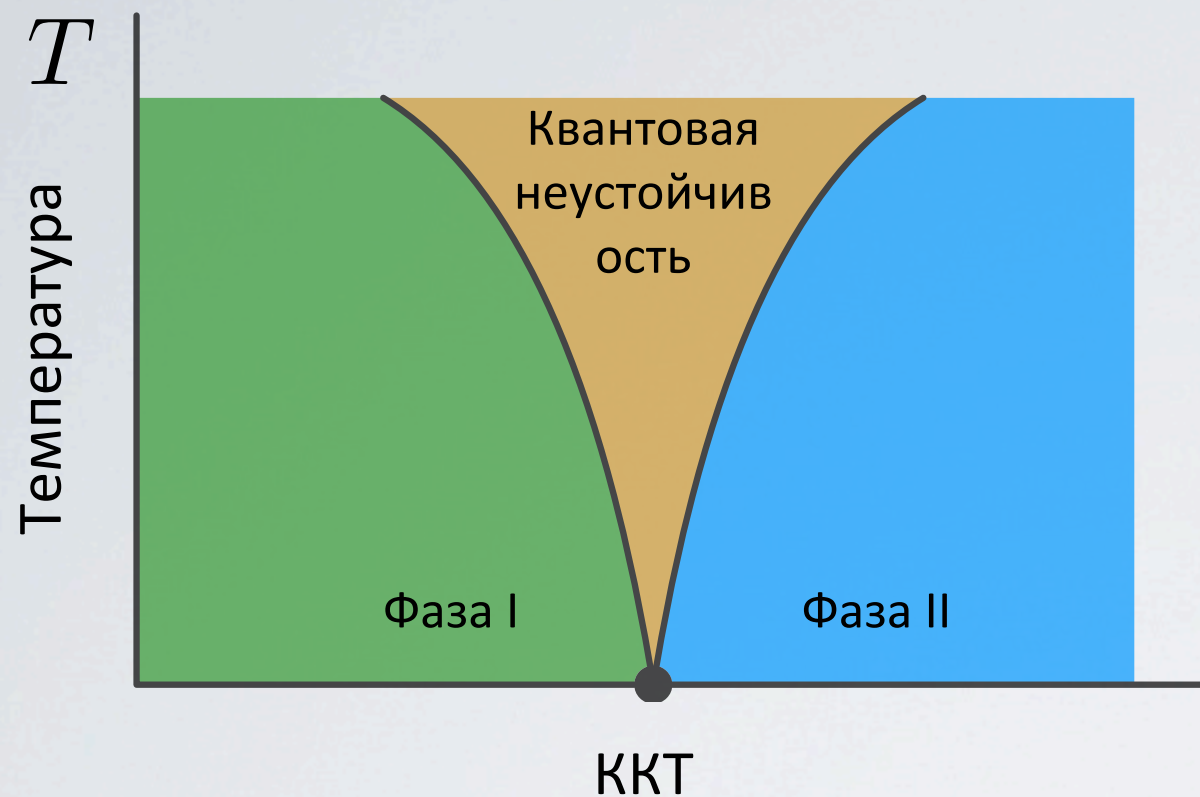
Теория Янг-Миллса



Гравитация в AdS_5

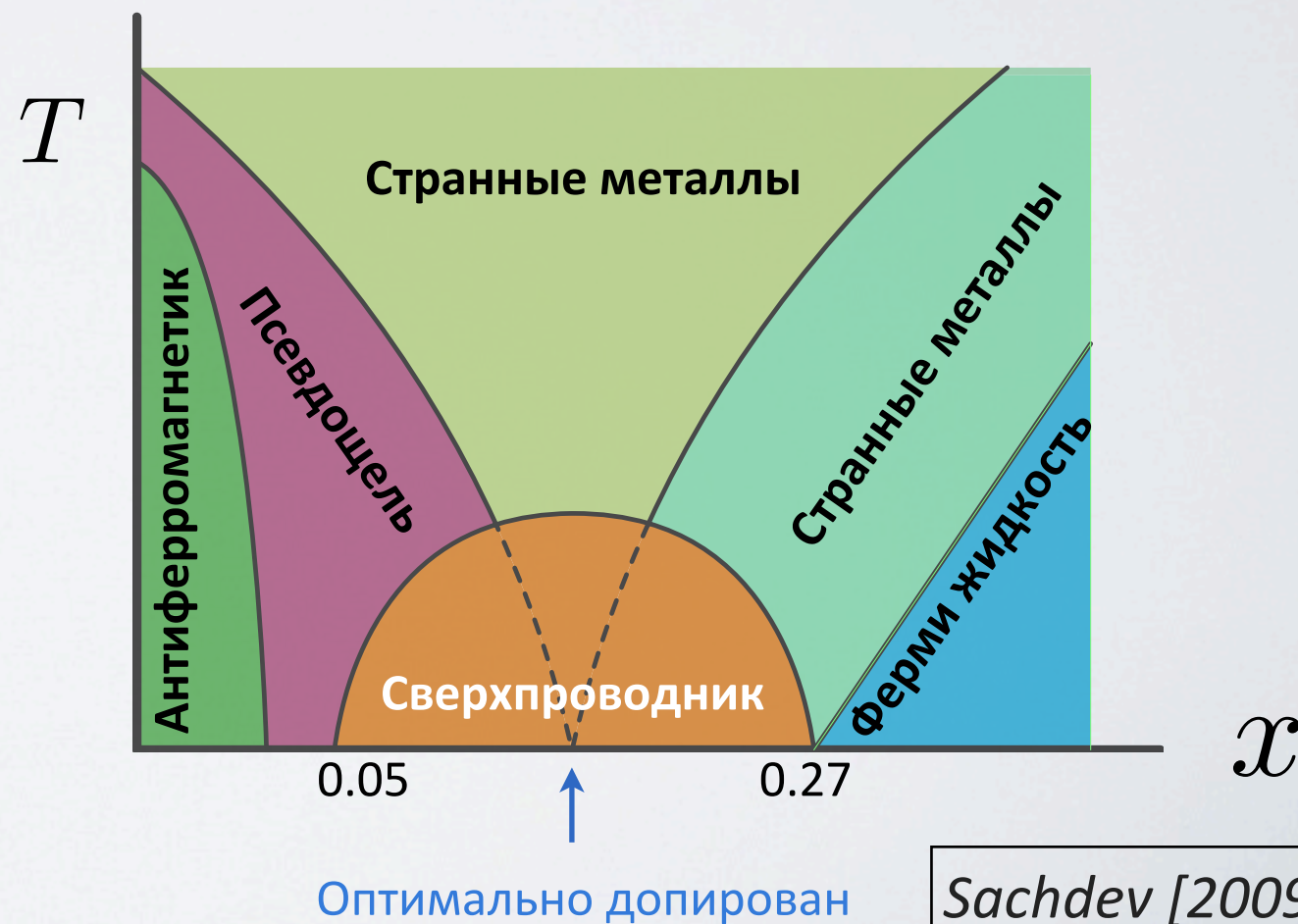
Твердое тело

- Фазовые диаграммы
- Свойства сверхпроводников
- AdS/CMT мотивация

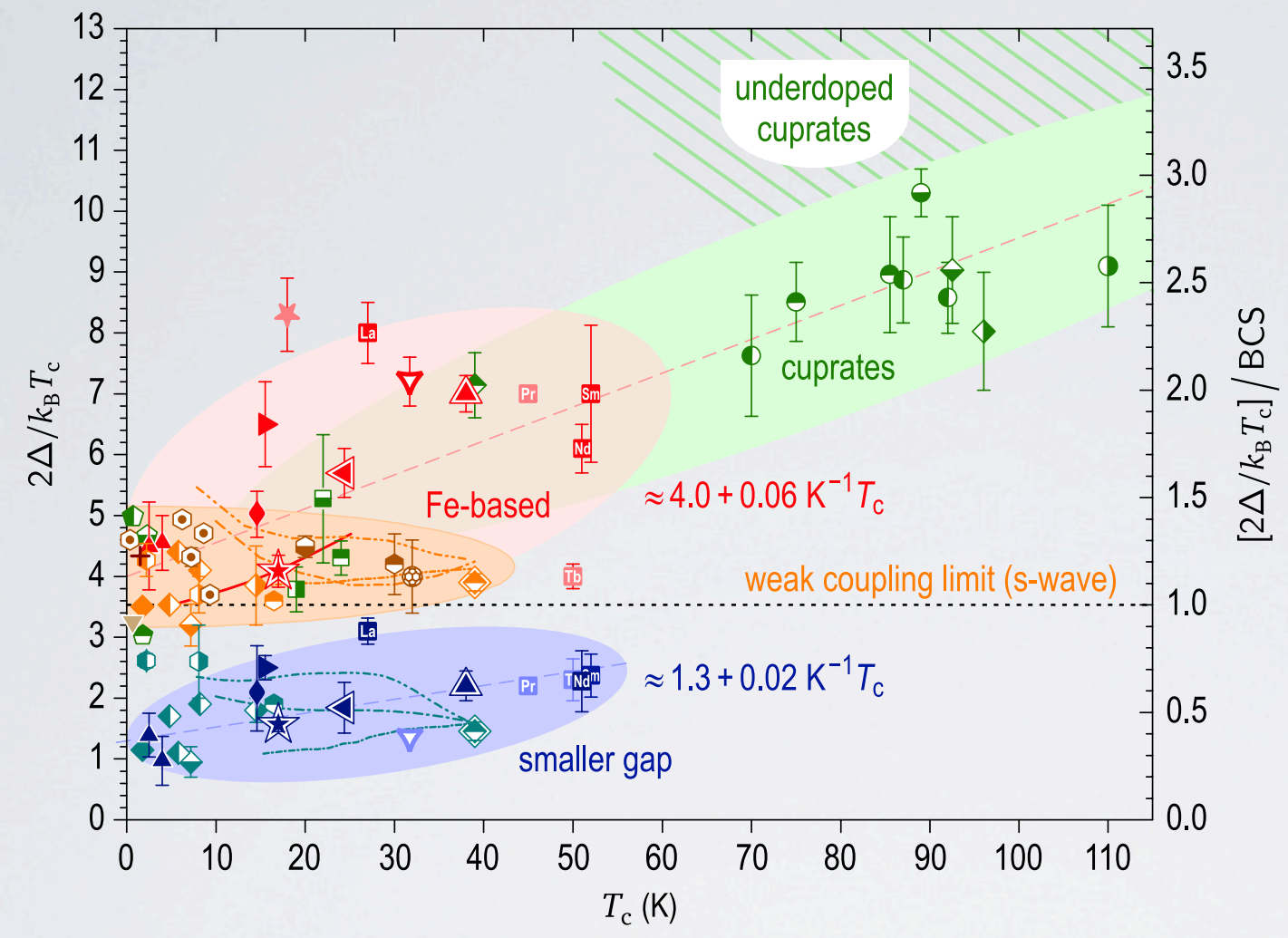


- Давление
- Магнитное поле
- Допирование

Фазовая диаграмма купратов

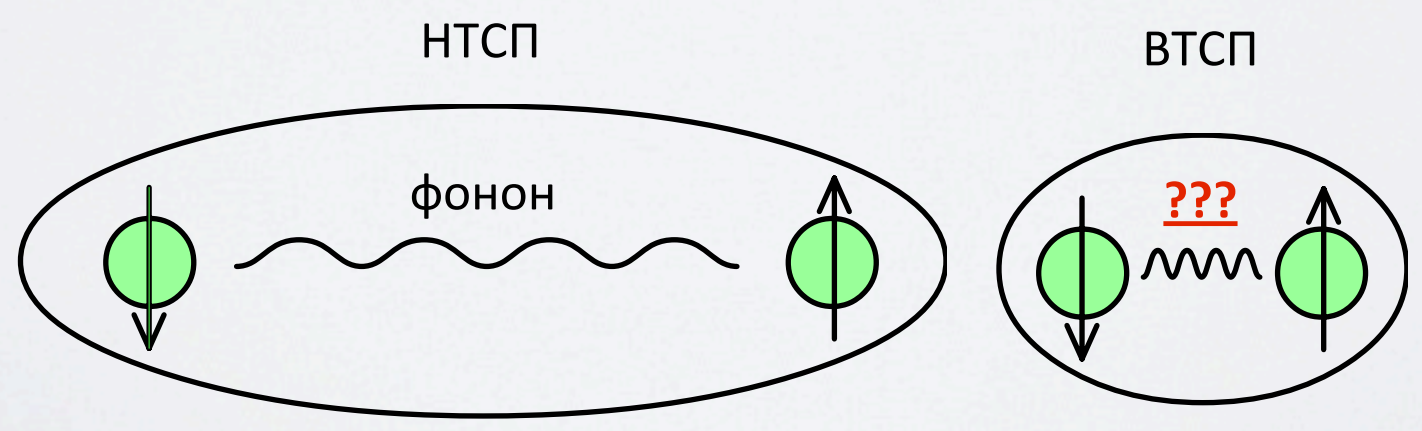


Sachdev [2009]



- | two-gap SC | | single-gap SC |
|---|--|--|
| $\Delta_> \Delta_<$ | | |
| \triangle \triangleleft | $\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$ | ∇ BaNi_2As_2 |
| \blacktriangle \blacktriangleleft | $\text{KFe}_2\text{As}_2, \text{RbFe}_2\text{As}_2$ | \circ Ga, Nb, Hg, Pb, Bi |
| \triangleleft \blacktriangleleft | $\text{Ba}(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_2\text{As}_2$ | \square Nb_3Ge |
| \blacktriangle \blacktriangleleft | $\text{Sr}(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_2\text{As}_2$ | \circ $\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{BiO}_3$ |
| \star \star | LiFeAs | \oplus $\text{Rb}_3\text{C}_{60}, \text{Rb}_2\text{CsC}_{60}$ |
| \star | $\text{NaFe}_{1-x}\text{Co}_x\text{As}$ | $+$ Sr_2RuO_4 |
| \blacksquare \blacksquare | oxypnictides (1111) | \circ $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\delta}$ |
| \blacklozenge \blacklozenge | $\text{FeTe}_{1-x}\text{Se}_x$ | \circ $\text{Y}_{1-x}\text{Ca}_x\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ |
| \blacktriangledown \blacktriangledown | $(\text{K}, \text{Cs})_{1-x}\text{Fe}_2\text{Se}_2$ | \circ $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ |
| \diamond \diamond | MgB_2 | \circ $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ |
| --- --- | $\text{Mg}(\text{B}_{1-x}\text{C}_x)_2$ | \diamond $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ |
| --- --- | $\text{Mg}_{1-x}\text{Al}_x\text{B}_2$ | \diamond $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ |
| --- --- | $\text{Mg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{B}_2$ | \diamond $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ |
| \diamond \diamond | $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ | \square $\text{Pr}_{1-x}\text{LaCe}_x\text{CuO}_{4-\delta}$ |
| \diamond \diamond | 2H-NbSe_2 | \square $\text{Pr}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-\delta}$ |
| \diamond \diamond | Fe- & Ir-silicides | \square $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-\delta}$ |
| \diamond \diamond | $\text{PrOs}_4\text{Sb}_{12}$ | \square UPd_2Al_3 |
| \diamond \diamond | V_3Si | \square CeCoIn_5 |
| \diamond \diamond | $\text{Ba}_8\text{Si}_{46}$ | \square CeCu_2Si_2 |
| \diamond \diamond | Mo_3Sb_7 | |

Inosov [2011]

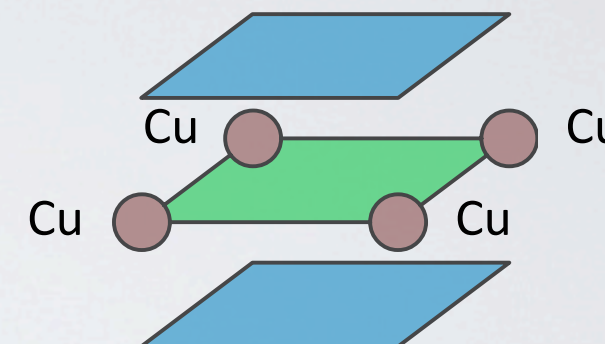


❖ **Сильная связь**

❖ **Конформность**

❖ **Слоистость.** Известные сейчас ВТСП: купраты и железные пниктиды имеют слоистую структуру.

$$AdS_5/CFT_4 \quad \text{или} \quad AdS_4/CFT_3$$



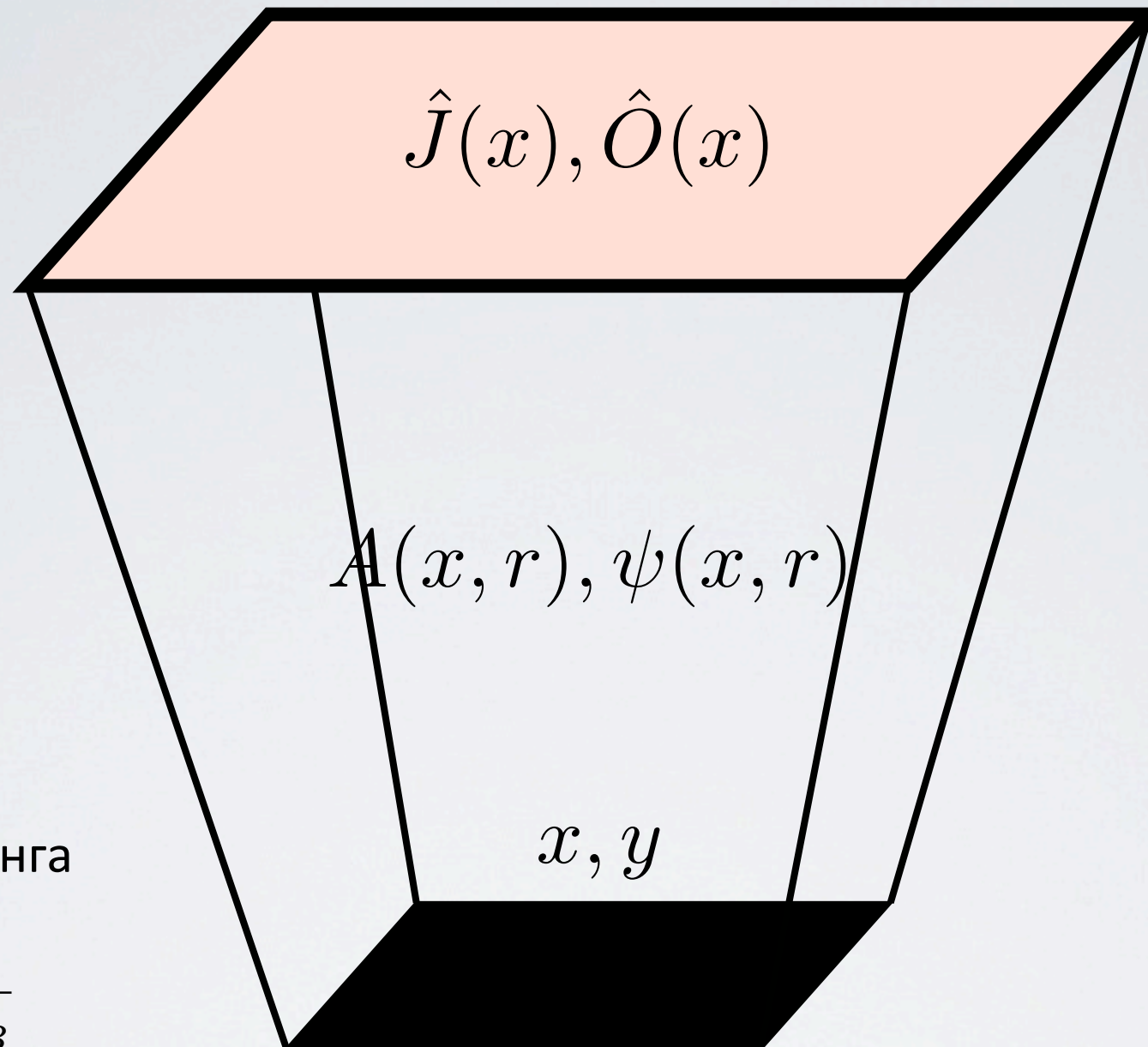
❖ **d - сверхпроводимость.** Экспериментально установлено, что в купратах переносчиками зарядов (“куперовскими парами”) являются d - волновые состояния.

❖ **p - сверхпроводимость.** Для пниктидов.

Сверхпроводник: простейшая модель

Гравитация в AdS ₄	Теория сверхпроводимости в (2+1)
Температура Хокинга T_H	Температура материала T
Появление “волос” у ЧД  $T < T_c$ $T > T_c$	Появление сверхпроводимости $R = 0$ $R \neq 0$ $T < T_c$ $T > T_c$
Поля $A(x, r), \psi(x, r)$	Операторы $\hat{J}(x), \hat{O}(x)$
Граничные значения $A(x, r), \psi(x, r) _{r \rightarrow \infty}$	Наблюдаемые $\langle \hat{J}(x) \rangle, \langle \hat{O}(x) \rangle$ плотность тока Куперовский конденсат

s - проводимость
(абелевый случай)



Температура Хокинга

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B}$$

Черная дыра

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(dx^2 + dy^2)$$

$$f(r) = \frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right)$$

Голографическая
координата
r

$$S = \int d^4x dr \sqrt{-g} \left[R - 2 \left(-\frac{6}{L^2} \right) - \frac{1}{q^2} \left(\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 |\psi|^2 - |\nabla\psi - iA\psi|^2 \right) \right]$$

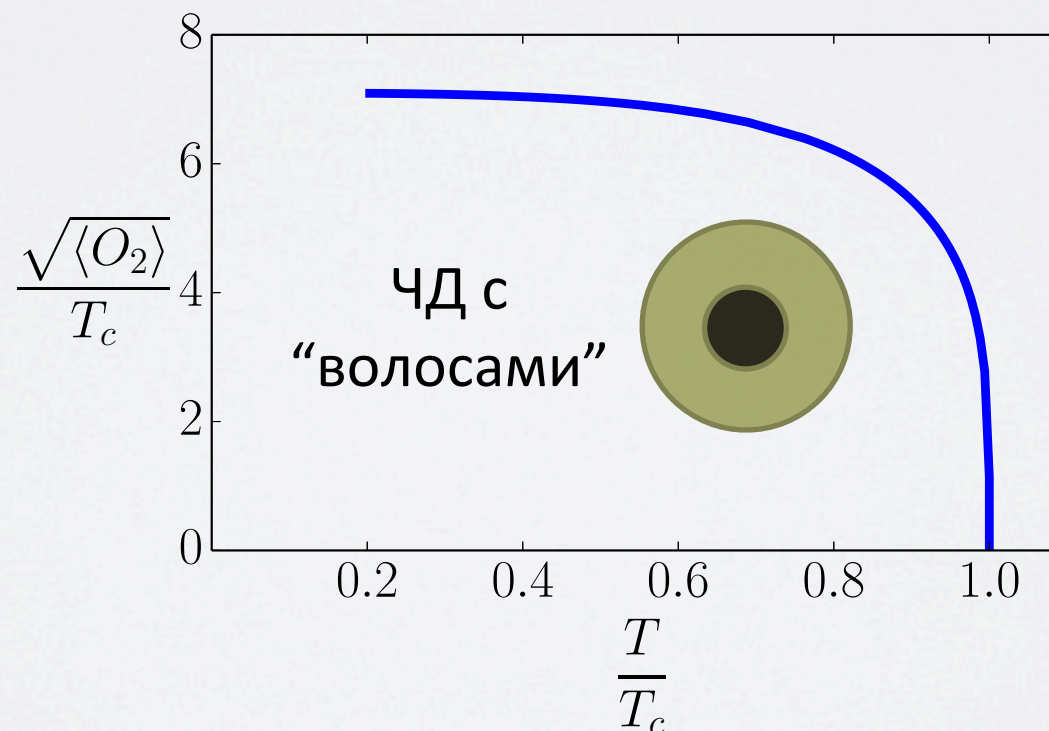
Голографическая координата
 Λ
Материя

Пробный предел $q \rightarrow 0$

$$S = \int d^4x dr \sqrt{-g} \left[\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 |\psi|^2 - |\nabla\psi - iA\psi|^2 \right]$$

Асимптотика
скалярного поля

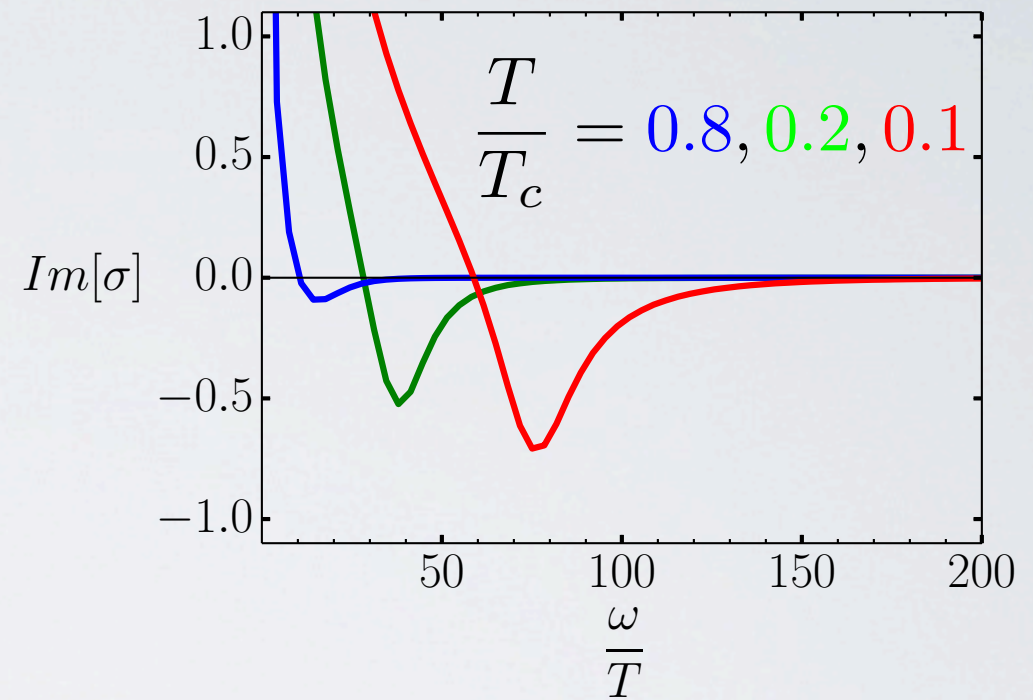
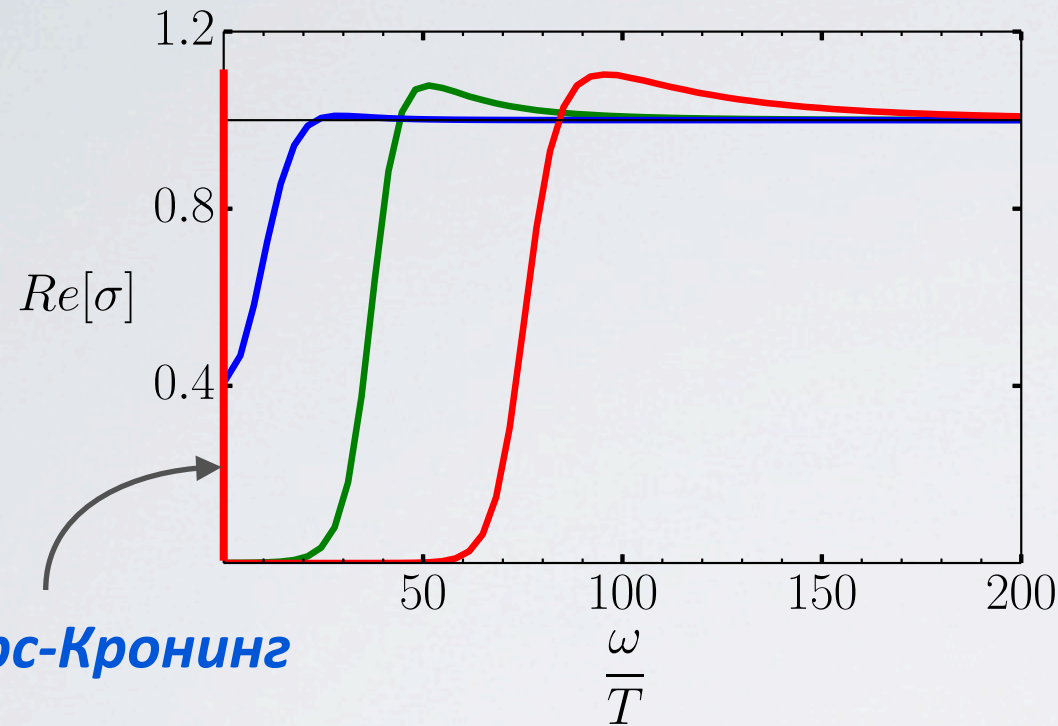
$$\psi(x, r) |_{r \rightarrow \infty}$$



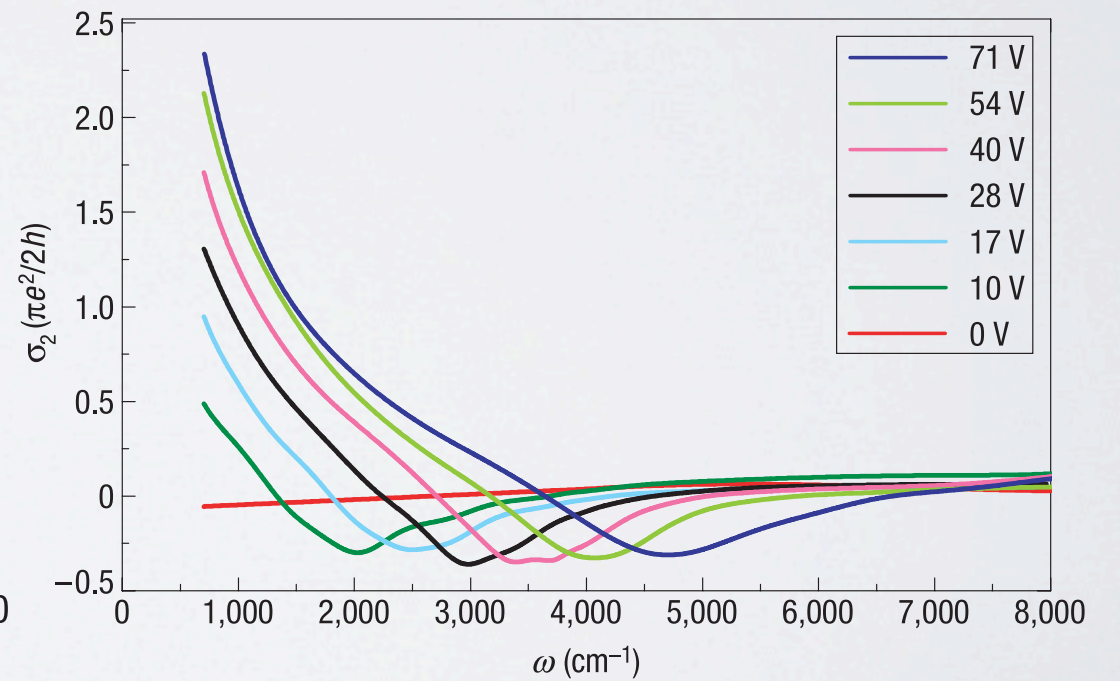
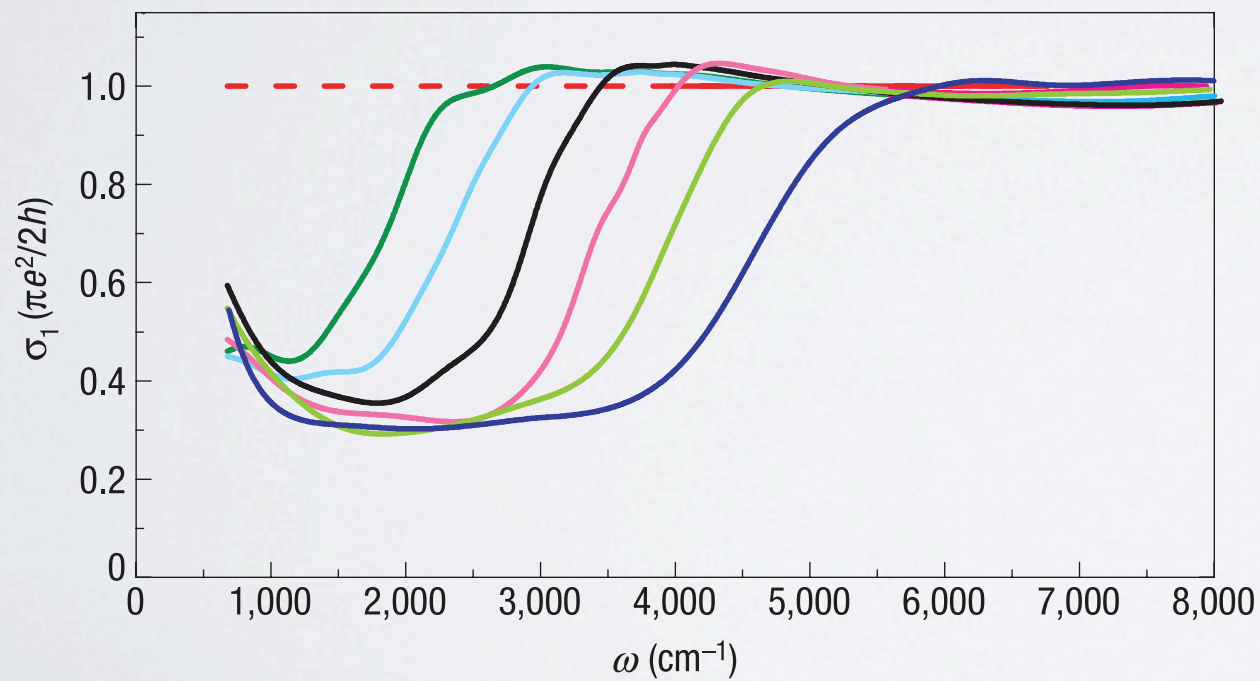
ЧД с
"волосами"

ЧД без
"волос"

Асимптотика векторного поля: $A(x, r)|_{r \rightarrow \infty}$

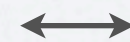


Крамерс-Кронинг



Z. Q. LI, E. A. HENRIKSEN [2008]

Рост запирающего напряжения



Рост химического потенциала



Рост температуры в голографии

Величина конденсата:

$$\frac{\sqrt{\langle O_2 \rangle}}{T_c} \approx 7$$

$T \rightarrow 0$

Величина щели:

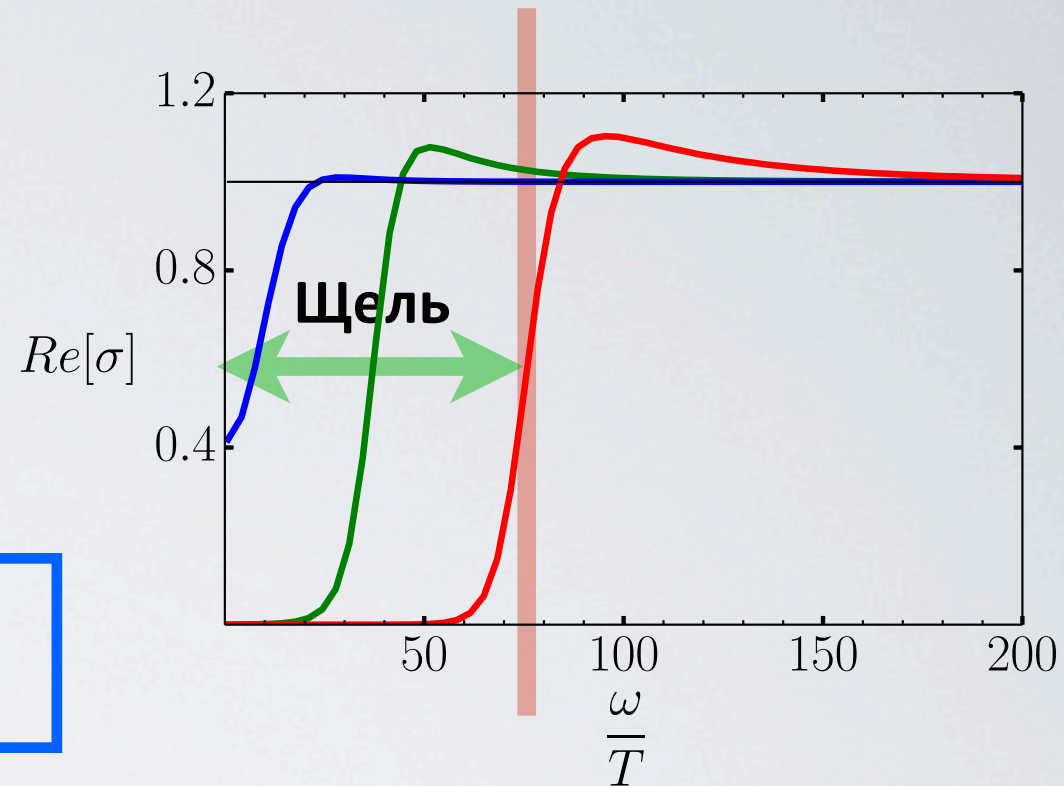
$$\frac{\omega_{gap}}{\sqrt{\langle O_2 \rangle}} \approx 1.2$$

$T \rightarrow 0$

$$\frac{\omega_{gap}}{T_c} \approx 8.4$$

$$\frac{\omega_{gap}}{T_c} \approx 3.5$$

Теория БКШ



Это соотношение не зависит от:

1) Полного учета гравитации

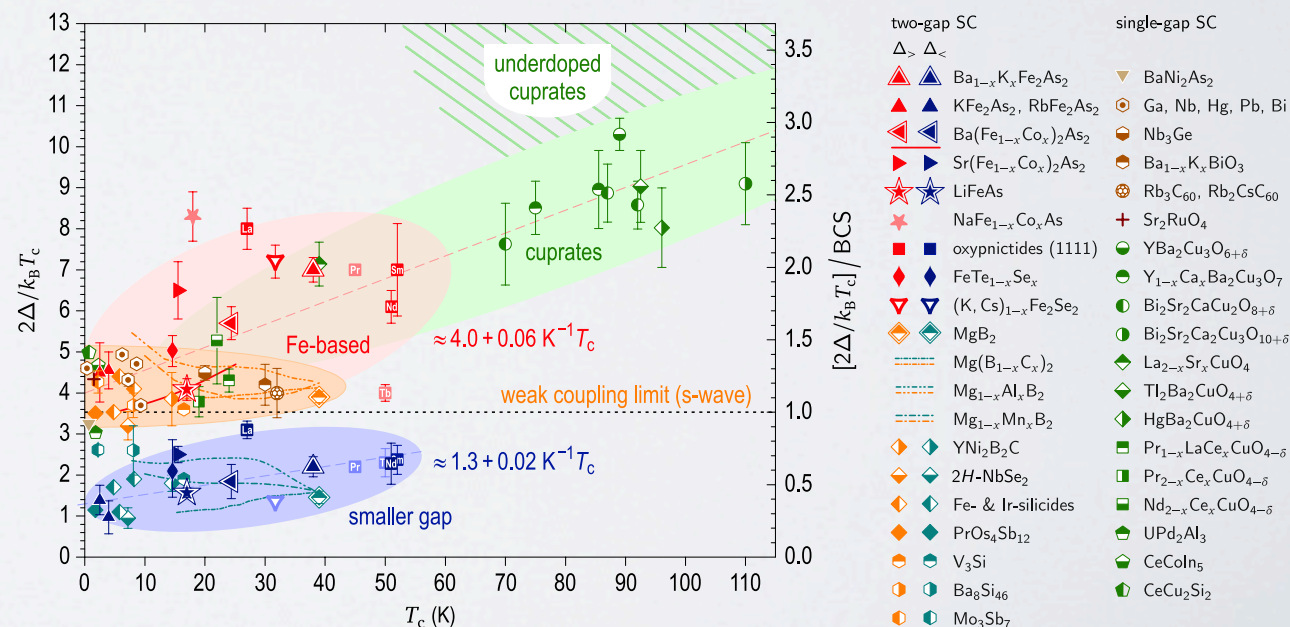
$$q \neq 0$$

2) Массы скалярного поля

$$m_\psi$$

3) От размерности:

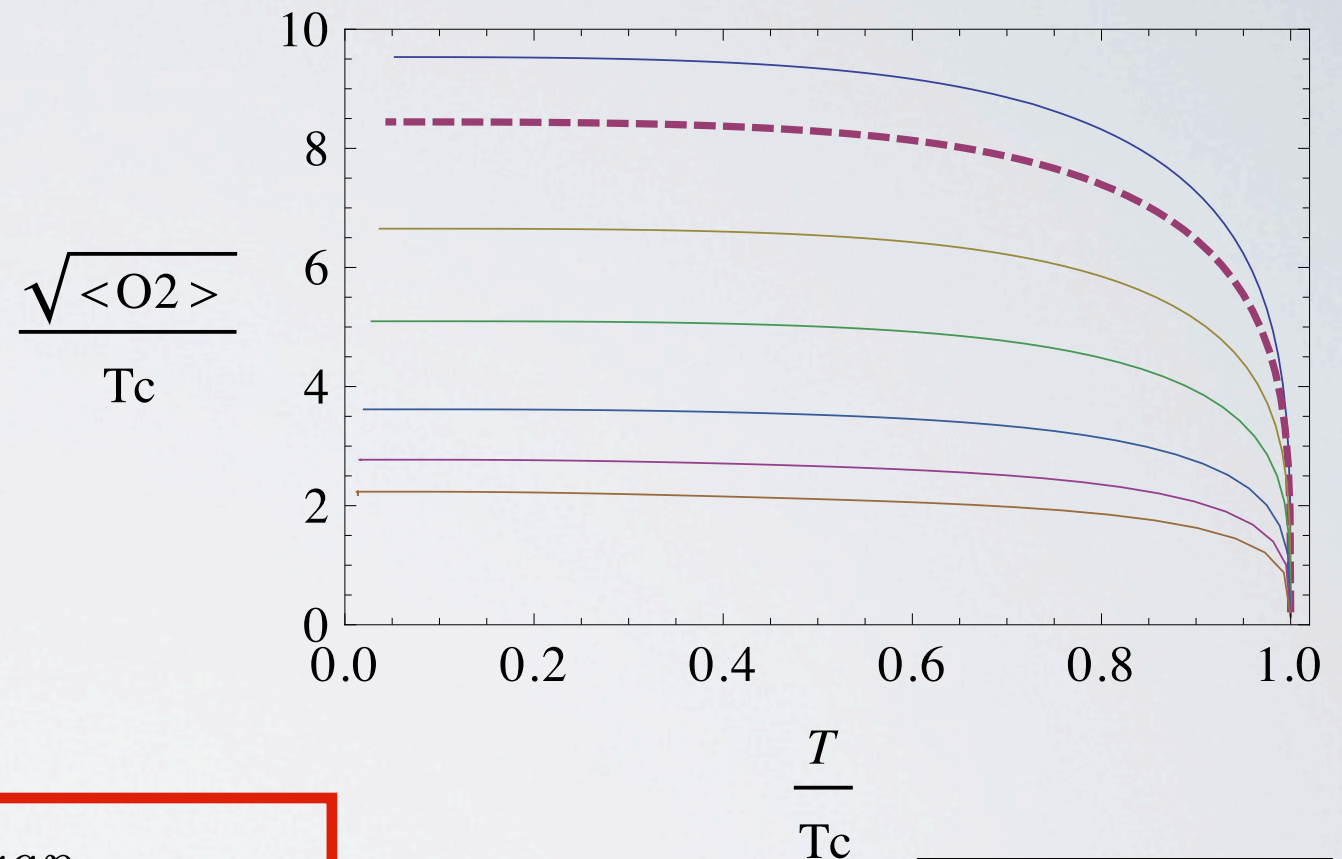
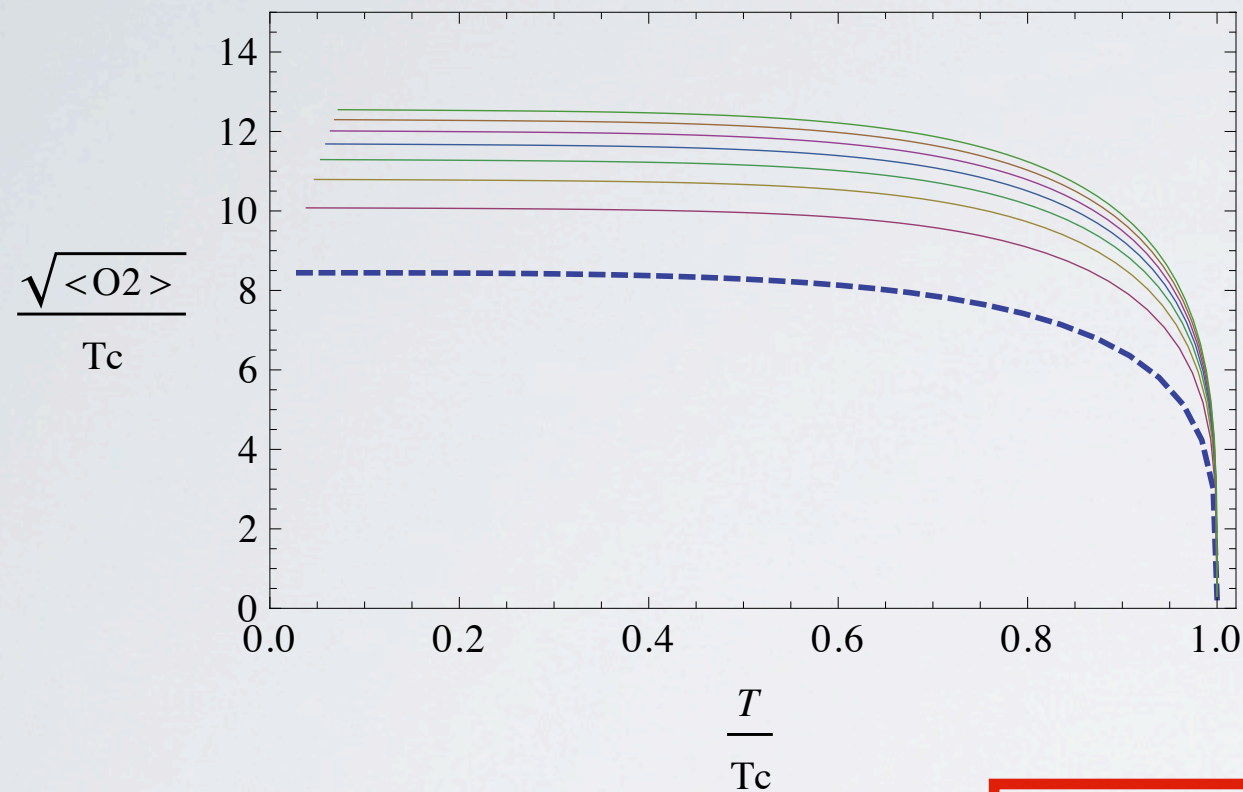
$$AdS_5/CFT_4 \quad \text{или} \quad AdS_4/CFT_3$$



Inosov [2011]

Сверхпроводник: расширения модели

$$S_{\text{добавка}} = \int d^4x dr \sqrt{-g} \left[\gamma C^{abcd} F_{ab} F_{cd} + \alpha_1 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \alpha_2 F_b^a F_c^b F_d^c F_a^d \right]$$



$$2 < \frac{\omega_{gap}}{T_c} < 13$$

Wenger [2012]

$$S = \int d^4x dr \sqrt{-g} \left[\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 |\psi|^2 - |\nabla\psi - iA\psi|^2 \right]$$

$$rA(x, r)|_{r \rightarrow \infty} = \sin(kx)$$

Horowitz [2013]

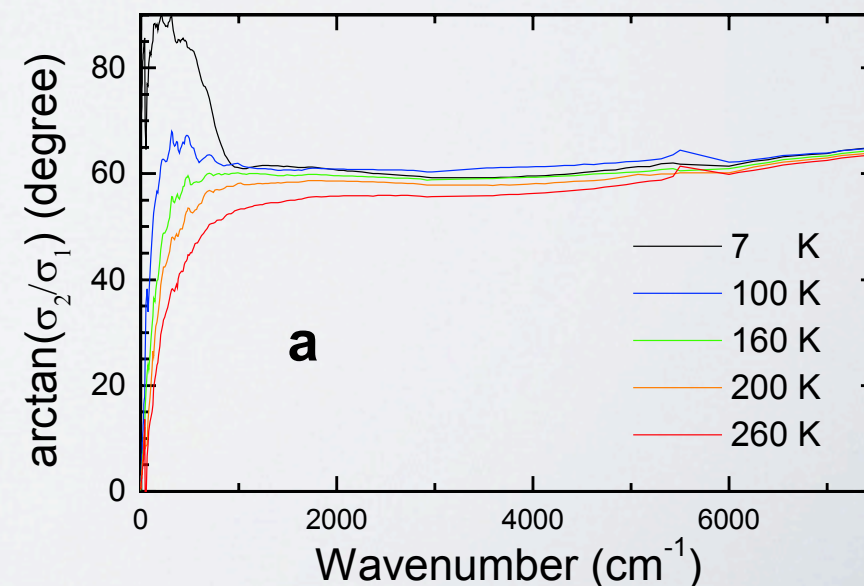
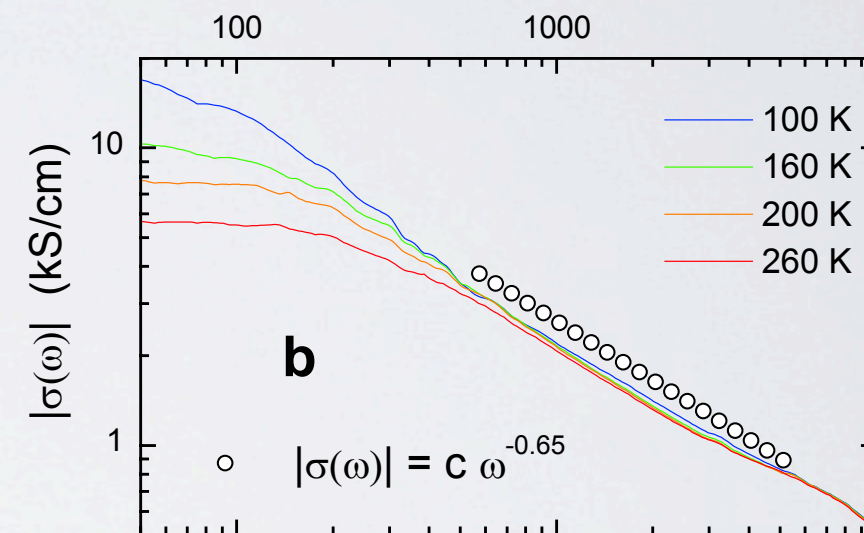
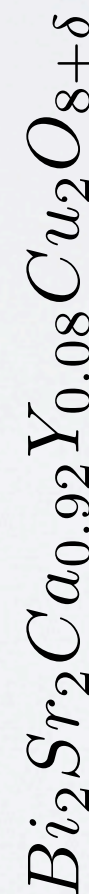
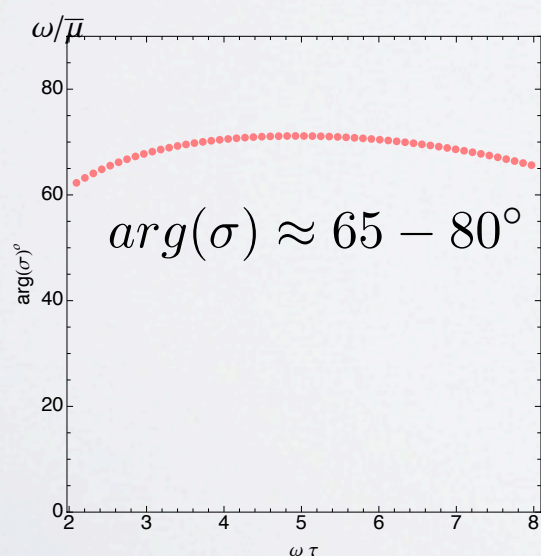
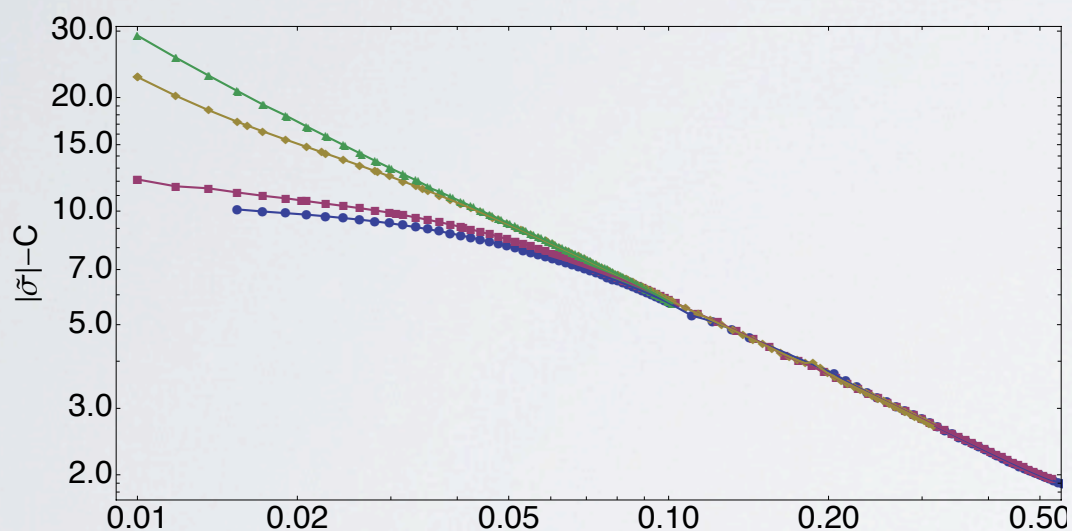
$$\psi(x, r)|_{r \rightarrow \infty} = \sin(kx)$$

Horowitz [2012]

Степенной закон больших частот.

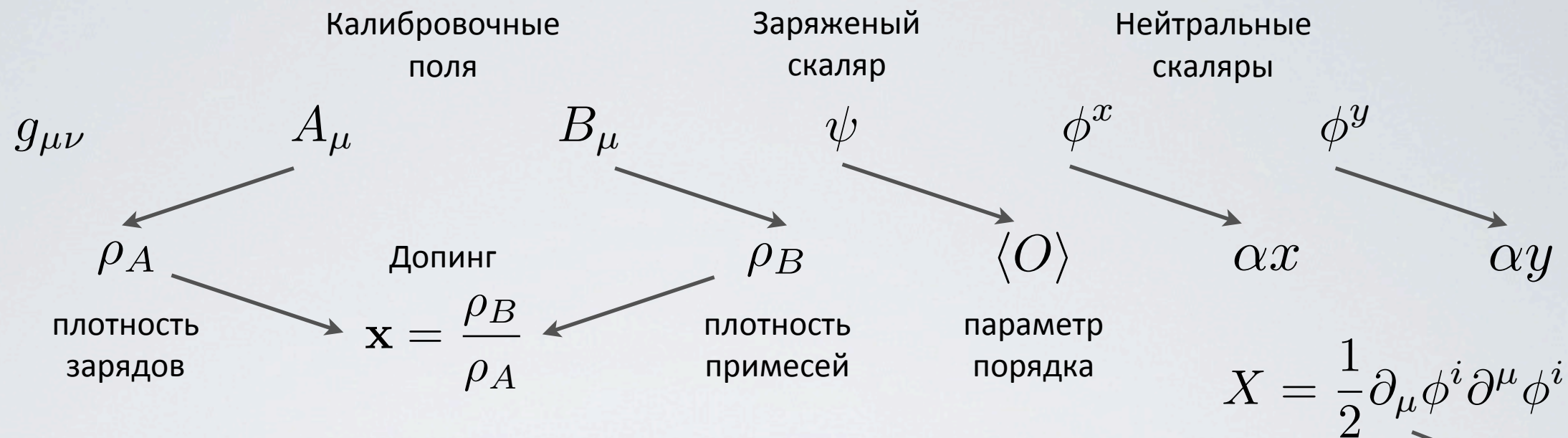
$$|\sigma(\omega)| = \frac{B}{\omega^{2/3}} + C$$

Wavenumber (cm⁻¹)



D. van der Marel [2003]

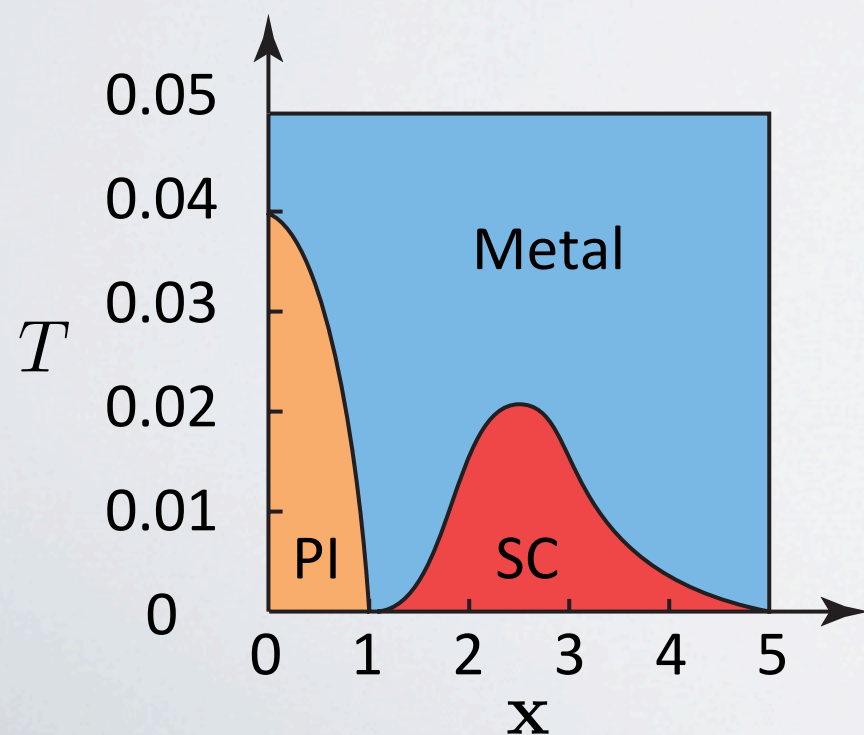
Модель:



$$\mathcal{L} \sim R + \frac{6}{L^2} + A^2 + B^2 + AB + (\partial\psi)^2 + (\partial - q_A A - q_B B)^2 + V(\psi) + 2m^2 V(X)$$

Параметры: $\alpha, m, V(X) = X + X^5$

Нормальная фаза $\psi = 0$
 $\alpha = 1, m = 1$

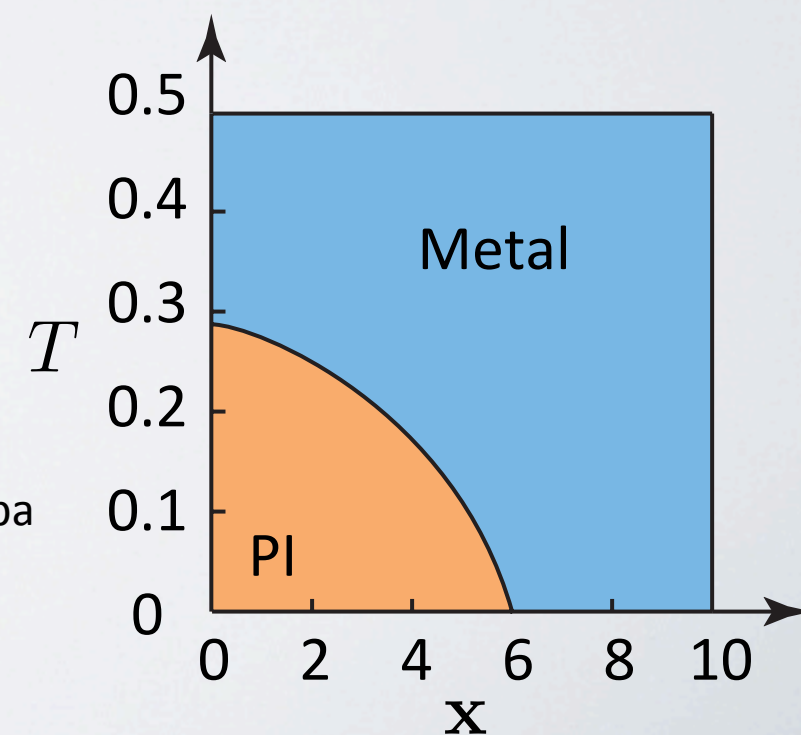


$\frac{d\sigma_{DC}}{dT} < 0$ Металл
 $\frac{d\sigma_{DC}}{dT} > 0$ Псевдоизолятор

- 1) Проводимость растет с T как у изолятора
- 2) При T=0 ненулевая проводимость

Matteo Baggioli [2015]

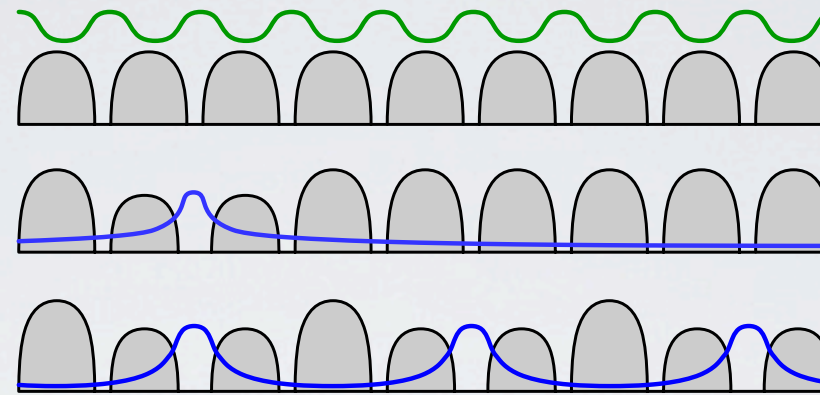
Сверхпроводящая фаза $\psi \neq 0$
 $\alpha = 0.5, m = 1$



Переход Андерсона

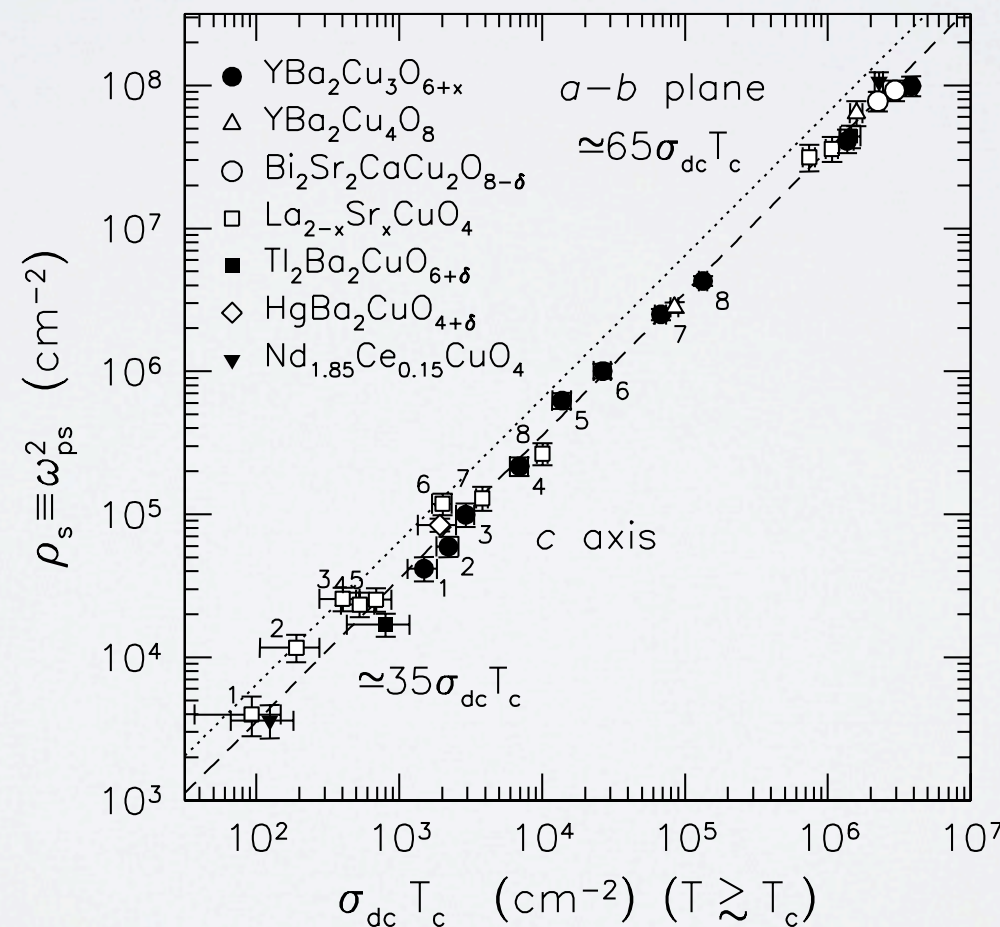
Добавляют “беспорядок” в решетку

Bi Zeng [2013]



Закон Хоумса

$$\rho_s = C \sigma_{DC}(T_c) T_c$$



J. Erdmenger [2012]

Лондоновская глубина проникновения

$$\rho_s = \frac{4\pi n_s e^2}{m_{\text{ren}}} = \omega_{Ps}^2 = \frac{1}{\lambda_L^2}$$

C. C. Homes [2005]

Построена полуколичественная модель сверхпроводника:

- Поведение конденсатов в окрестности критической точки как в теории **Ландау-Гинзбурга**.
- Воспроизвели **оптическую проводимость** на малых частотах.
- Соотношение **энергетической щели** и T_c , соответствующую купратам.
- Воспроизвели **степенной закон** для оптической проводимости на больших частотах для купратов.
- Удалось описать **допирование** и **фазовую диаграмму** купратов.

Нерешенные задачи голографической сверхпроводимости:

- Закон Хоумса
- Переход Андерсона
- Описание d-сверхпроводимости

Спасибо за внимание!
