

Квантово-классический кроссовер вблизи квантовой критической точки

Представление d-мерной квантовой системы с помощью (d+1)-мерной классической статистической механики является одним из центральных приёмов теории квантовых фазовых переходов (КФП), особенно в области сильного конечномерного скейлинга вблизи квантовой критической точки (ККТ). Дополнительным измерением здесь является мнимое время, отражая тот факт, что квантовое описание динамично по своей сути. Тем не менее, такой подход применим только к недиссипативной квантовой динамике, в то время как вопрос о том, как диссипативные процессы должны быть включены в описание критической динамики вблизи ККТ, до сих пор тщательно не изучен. Особенно важным представляется применение такого подхода при описании квантово-классического кроссовера вблизи ККТ, который приводит к парадоксальной, на первый взгляд, зависимости критических индексов от температуры (Рис. 1).

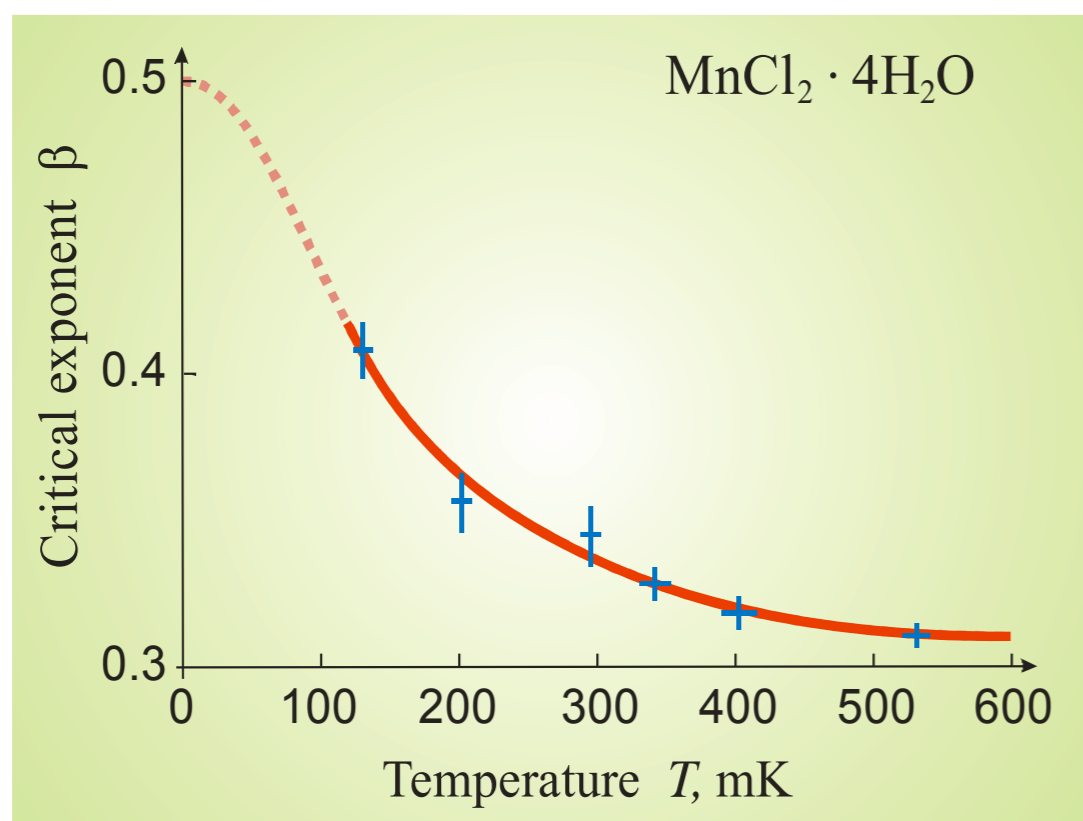


Рис. 1 Экспериментальные данные. Зависимость критического показателя β от температуры (антиферромагнитный сплав $\text{MnCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$) [1].

Критическая динамика

В нашей работе был предложен общий подход, позволяющий описывать как адиабатические, так и диссипативные процессы в критической динамике. Этот подход основан на келдышевской технике неравновесной динамики, позволяющей описывать критическое поведение как квантовых, так и классических систем, и на флуктуационной теории фазовых переходов второго рода. Мы рассматриваем квантовую критическую динамику модели Гинзбурга-Ландау с помощью техники Келдыша [2]. Модель имеет следующий вид:

$$\phi^4\text{-модель } U \approx \Delta(g)\phi^2 + v\phi^4$$

$$\Delta(g) = (g - g_c)$$

$$Z = N \int \mathcal{D}\phi^{cl} \mathcal{D}\phi^q \exp[-S(\phi^{cl}, \phi^q)]$$

$$S(\phi^{cl}, \phi^q) = \int d\omega dk \left(\bar{\phi} \hat{G}^{-1} \bar{\phi} + U(\phi^{cl} + \phi^q) - U(\phi^{cl} - \phi^q) \right)$$

$$G^K(\omega) = \langle \phi^{cl}(\omega) \phi^{cl}(-\omega) \rangle = \langle \phi^{cl} \phi^{cl} \rangle_\omega = \frac{2\gamma\omega \coth(\omega/T)}{\gamma^2\omega^2 + \varepsilon^2} \quad \text{a}$$

$$G^A(\omega) = \langle \phi^q(\omega) \phi^{cl}(-\omega) \rangle = \langle \phi^q \phi^{cl} \rangle_\omega = \frac{1}{i\gamma\omega + \varepsilon} \quad \text{b}$$

$$G^R(\omega) = \langle \phi^{cl}(\omega) \phi^q(-\omega) \rangle = \langle \phi^{cl} \phi^q \rangle_\omega = \frac{1}{-i\gamma\omega + \varepsilon} \quad \text{c}$$

$$G^{-1K} = i \coth(\omega/T) \left[G^{-1A} - G^{-1R} \right] \text{ - ФДТ}$$

Три критических режима:

$$\hat{G}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \omega^2 + \varepsilon_k + i\Gamma\omega \\ \omega^2 + \varepsilon_k - i\Gamma\omega & 2\Gamma\omega \coth(\omega/T) \end{bmatrix}$$

диссипативный классический предел

$$T \gg \omega$$

$$\hat{G}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_k + i\Gamma\omega \\ \varepsilon_k - i\Gamma\omega & 2\Gamma T \end{bmatrix}$$

диссипативный квантовый предел

$$T \ll \omega$$

$$\hat{G}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_k + i\Gamma\omega \\ \varepsilon_k - i\Gamma\omega & 2\Gamma|\omega| \end{bmatrix}$$

недиссипативный квантовый предел

$$\gamma \rightarrow 0$$

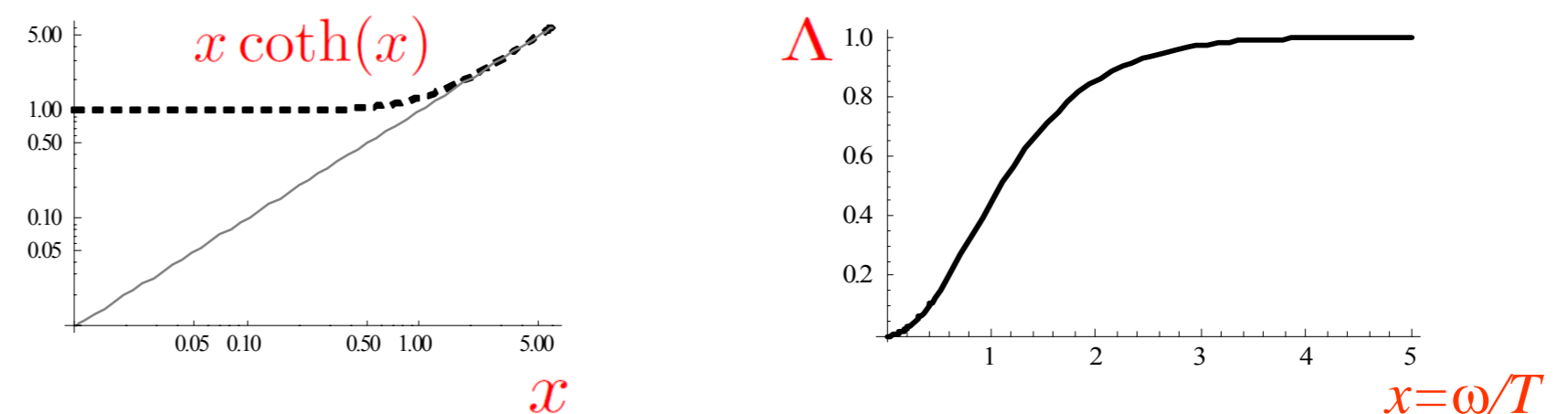
$$\hat{G}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0 & \omega^2 + \varepsilon_k \\ \omega^2 + \varepsilon_k & 0 \end{bmatrix}$$

Критические показатели:

$$G^K(\omega) = \frac{2\gamma\omega \coth(\omega/T)}{(\omega^2 + \varepsilon_k)^2 + \gamma^2\omega^2} \approx \frac{2\gamma T |\omega/T|^{\Lambda(T)}}{(\omega^2 + \varepsilon_k)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\sim \int \frac{|\omega|^\Lambda}{(k^2 + i\omega)^3} d\omega d^d k$$

$$d \rightarrow d' = d + 2\Lambda$$



$$\Lambda(\omega_0/T) = \partial \ln[x \coth(x)] / \partial \ln x |_{x=\omega_0/T} \quad (0 \leq \Lambda \leq 1)$$

$$\Lambda(\omega_0/T) = (\coth(\omega_0/T) - (\omega_0/T) \operatorname{csch}^2(\omega_0/T)) \tanh(\omega_0/T)$$

$$\alpha' \approx \frac{4-n}{2(n+8)} \varepsilon', \quad \text{- heat capacity} \quad n = 1$$

$$\nu' \approx \frac{1}{2} + \frac{n+2}{4(n+8)} \varepsilon', \quad \text{- correlation radius}$$

$$\beta' \approx \frac{1}{2} - \frac{3}{2(n+8)} \varepsilon' \quad \text{- average field}$$

$$\gamma' \approx 1 + \frac{n+2}{2(n+8)} \varepsilon' \quad \text{- susceptibility}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon - \Lambda$$

$$\varepsilon = (4-d)/2$$

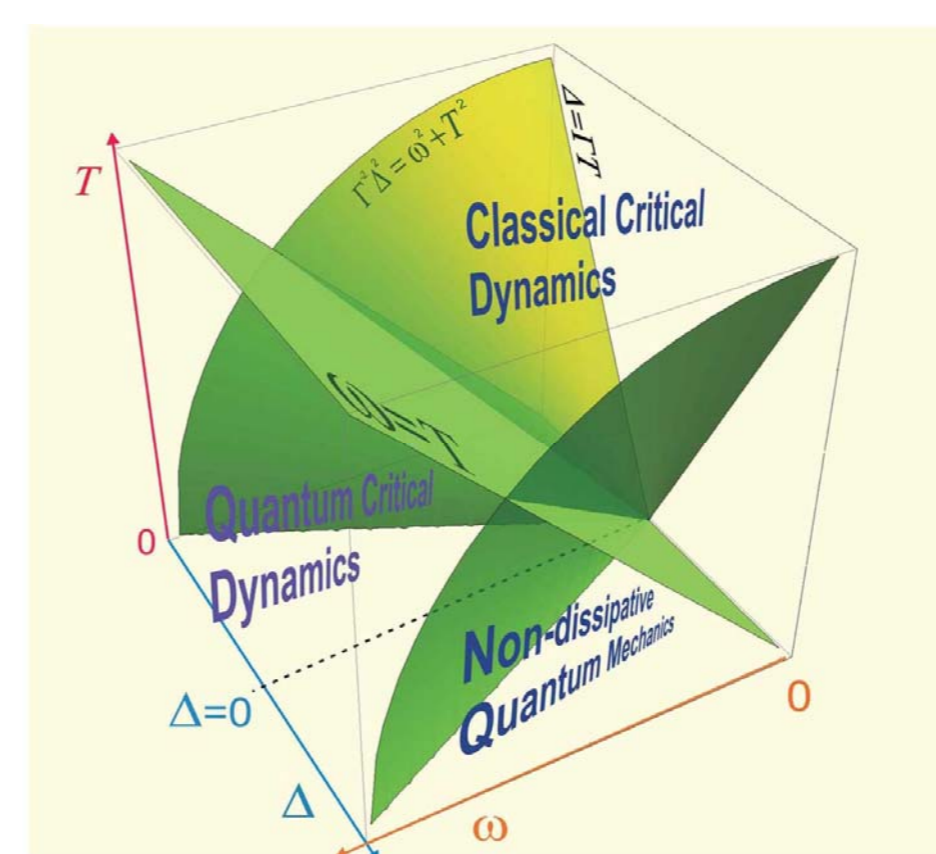


Рис.2 Δ - управляющий параметр (ККТ в $\Delta=0$), зелёным цветом обозначены воображаемые поверхности, разделяющие области с различным критическим поведением.

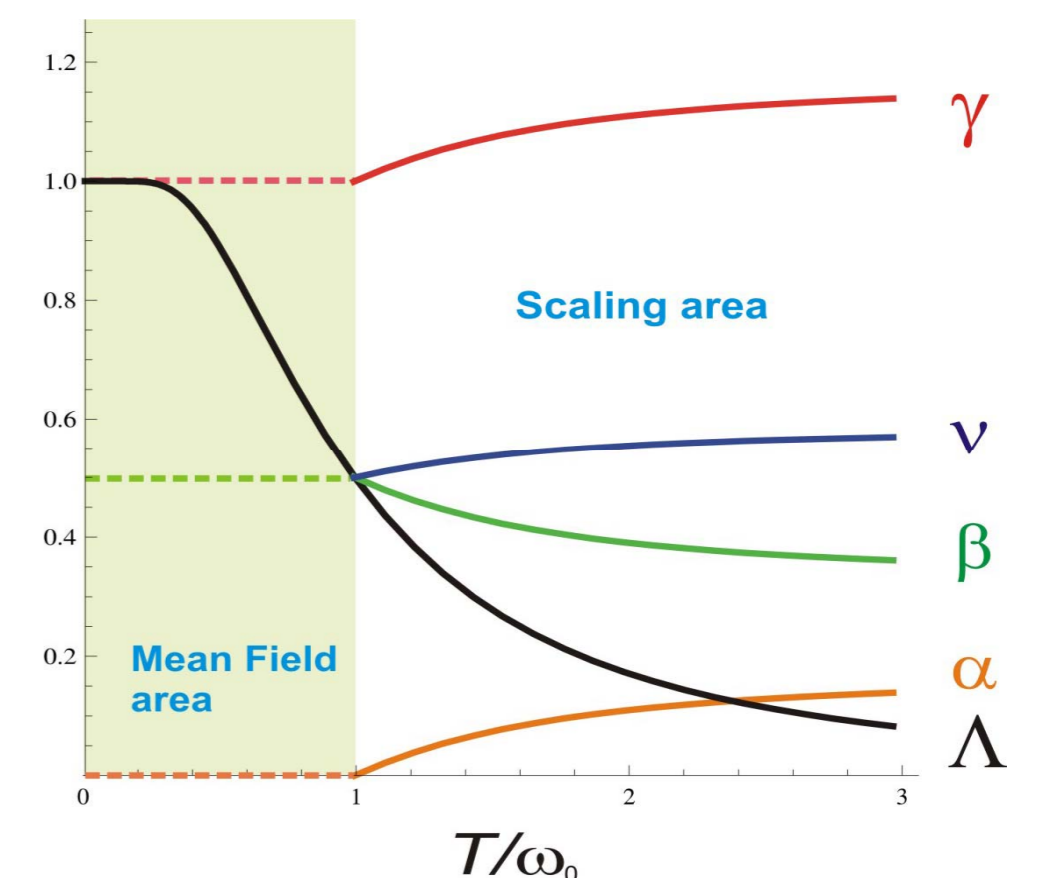


Рис.3 Теоретическая зависимость критических индексов от температуры вблизи ККТ (ω_0 -энергия квантовых флуктуаций (энергия основного состояния)).

Выводы:

Вблизи квантовой критической точки существует три различных критических режима: классический диссипативный, квантовый диссипативный и квантовый недиссипативный.

Вблизи квантовой критической точки при приближении T к $T=0$ значения критических индексов непрерывно приближаются к крит. индексам, соответствующим размерности $d+2$

1. Erkelens, W. A. et al. Observation of Crossover to 4-Dimensional Critical Behaviour. *Europhys. Lett.* 1, 37-44 (1986);
2. Kamenev, A. *Field theory of non-equilibrium systems*. Cambridge University Press, New York ISBN 9780521760829 (2011);
3. Vasin M.G. "Quantum critical dynamics of the boson system in the Ginzburg-Landau model", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v.415, 533-537 (2014);
4. Vasin M.G., Ryzhov V.N., Vinokur V.M. "Quantum-to-classical crossover near quantum critical point", *Scientific Reports*, 5, 18600 (2015).