Шестипетлевые псевдо-ε-разложения и критическая анизотропия нелинейной восприимчивости кубического ферромагнетика

А.Я. Кудлис, А.И. Соколов
Кафедра квантовой механики, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Введение

Критические флуктуации параметра порядка могут менять эффективную анизотропию кубического ферромагнетика вблизи точки Кюри. Если кристалл испытывает фазовый переход в орторомбическую фазу и его исходная анизотропия не слишком велика, эффективная анизотропия приобретает в T_c универсальное значение $\delta_4^* = 2v^*/3(u^*+v^*)$, где u^* и v^*- координаты кубической фиксированной точки уравнений ренормгруппы (РГ), входящие в выражения для нелинейных восприимчивостей. В докладе с помощью техники псевдо-ε-разложения[1,-10] находится значение параметра анизотропии δ_4 в критической точке. За основу взяты РГ ряды для β-функций трехмерной кубической модели.[1,2] Путем итерации системы уравнений для координат особых точек получены псевдо-ε-разложения u^* и v^*, а также аналогичный ряд для δ_4^*. Приводятся результаты суммирования по Паде. Найденные оценки сравниваются со значениями, полученными из анализа шестипетлевых разложений самих бета функций, объясняются причины расхождения этих результатов, а именно, существующая разность оценок, полученных в рамках разных итерационных схем, является следствием различных значений так называемой критической размерности. См. приложение.

Параметр анизотропии

Итерируя систему уравнений для координат особых точек, мы получили псевдо-ε-разложения координат кубической фиксированной точки:[*]

$$u^* = \frac{11}{9}\tau + \frac{19624}{59049}\tau^2 - 0.12258455\tau^3 - 0.0655945\tau^4 - 0.061083\tau^5 + 0.01269\tau^6$$
$$v^* = -\frac{11}{27}\tau + \frac{23144}{177147}\tau^2 + 0.23233729\tau^3 + 0.1283989\tau^4 + 0.050252\tau^5 + 0.02224\tau^6 \qquad (1)$$

Старшие коэффициенты этих рядов малы и убывают по модулю с ростом номера члена ряда. Уже прямое суммирование дает приемлемые результаты.[1,2] Подставляя τ =1, получаем u^* = 1.318 и v^*= 0.1565. Тогда параметр анизотропии равен δ_4^*=0.071. Это число существенно отличается от оценки δ_4^*=0.054,[2,7] которая была получена с использованием значений u^*и v^* найденных путем борелевского суммирования исходных РГ разложений. Обратимся далее к псевдо-ε-разложению самого параметра анизотропии:

$$\delta_4^* = -\frac{1}{3} + \frac{8}{27}\tau + 0.06663560\tau^2 + 0.0529734\tau^3 - 0.025228\tau^4 + 0.03848\tau^5 \qquad (2)$$

Прямое суммирование этого ряда с оптимальным обрывом (обрывом на наименьшем члене) ведет к значению δ_4^*=0.057, которое хорошо согласуется с РГ оценкой, отличаясь от нее всего на 6%. Полученные оценки имеют достаточно большой разброс, поэтому они требуют уточнений. В силу быстро убывающих коэффициентов, можно применить простейшие процедуры пересуммирования. обработаем ряд для параметра анизотропии, построив аппроксиманты Паде для него.

$M \setminus L$	0	1	2	3	4	5
0	−0.33333	−0.03704	0.02960	0.08257	0.05734	0.09583
1	−0.17647	0.04893	(0.28797)	0.06548	0.07258	
2	−0.11578	0.13681	0.07997	0.07700		
3	−0.08139	0.03850	0.07688			
4	−0.06127	0.17108				
5	−0.04705					
RoC	−0.33333	−0.10675	0.04893	(0.21239)	0.07997	0.07694

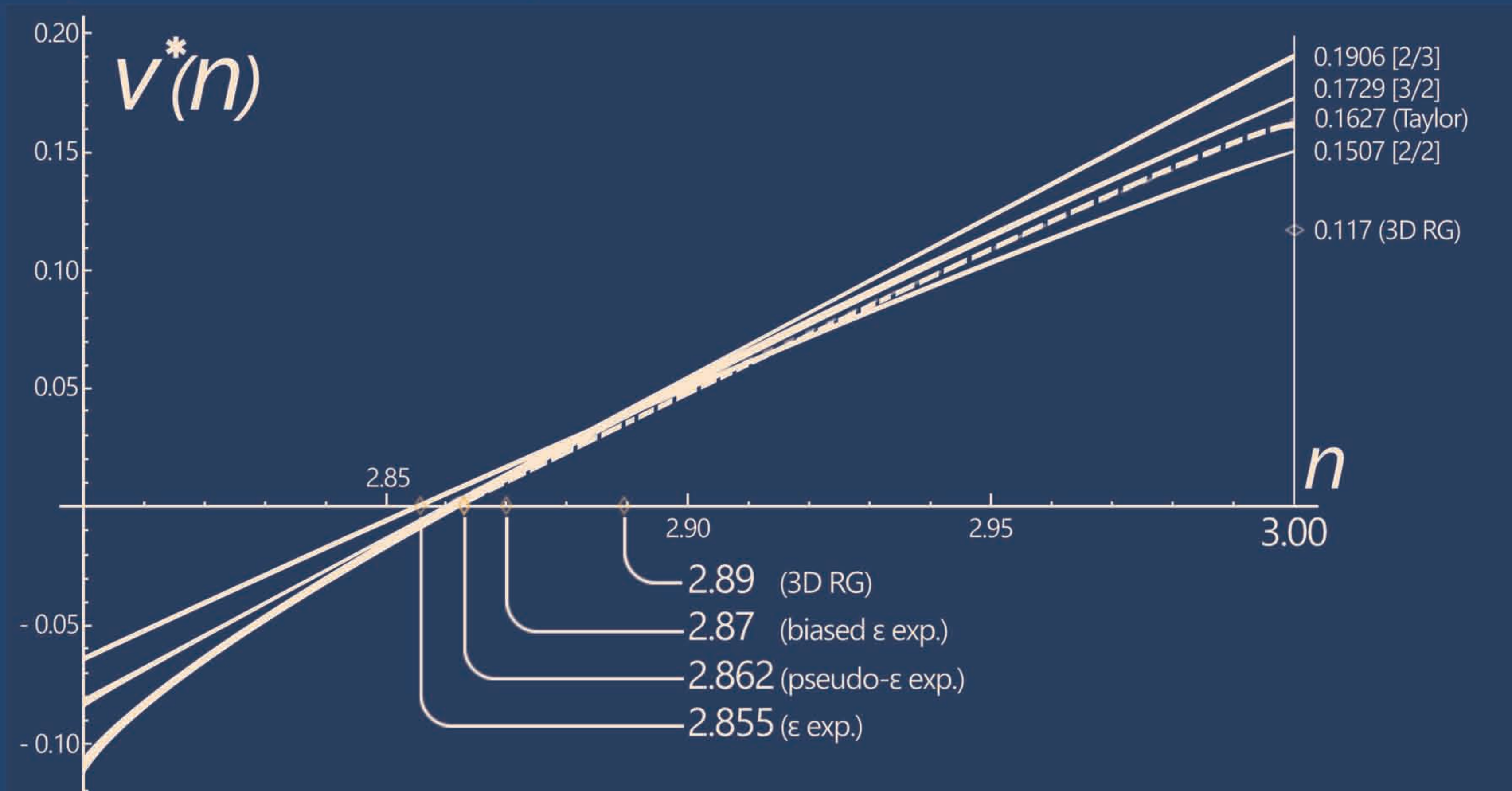
Как видно, оценки Паде сходятся к значению δ_4^*=0.077. Альтернативным способом оценки значения параметра анизотропии может служить построение аппроксимант Паде τ-рядов для u^* и v^*. Согласно треугольникам Паде, значения констант связи, к которым приводит данная техника пересуммирования, таковы: u^*=1.322 и v^*=0.182. Подстановка в выражение для параметра анизотропии дает: δ_4^*=0.081. После усреднения полученных значений: δ_4^*= 0.079±0.006.[10]

	$M \setminus L$	0	1	2	3	4	5
u^*	0	1.2222	1.5546	1.4320	1.3664	1.3053	1.3180
	1	1.6787	1.4650	1.2909	(0.4782)	1.3158	
	2	1.3545	1.3832	(0.9025)	(1.2483)		
	3	1.3868	1.3629	1.3197			
	4	1.3004	1.3300				
	5	1.3472					
	RoC	1.2222	1.6166	1.4650	1.3371	(0.9025)	1.3218

	$M \setminus L$	0	1	2	3	4	5
v^*	0	−0.4074	−0.2768	−0.0444	0.0840	0.1342	0.1565
	1	−0.3085	(−0.5753)	0.2426	0.1665	0.1741	
	2	−0.2043	0.0416	0.1507	0.1729		
	3	−0.1505	0.1905	0.1906			
	4	−0.1149	0.1906				
	5	−0.0900					
	RoC	−0.4074	−0.2926	(−0.5753)	0.1416	0.1507	0.1817

Критическая размерность

Техника псевдо-ε-разложения дает значение для параметра анизотропии, которое почти в 1.5 больше, чем его РГ аналог δ_4^*=0.054.[2,7] Все дело в том, что численное значение параметра анизотропии много меньше коэффициентов при первых членах разложения (2). Эта малость, в свою очередь, отражает факт того, что граничная размерность параметра порядка n_cблизка к 3.[9] Для разности 3-n_c разные теоретико-полевые схемы дают существенно разные оценки. В связи с этим не удивительно, что разница значений δ_4^*, полученных в тех же итерационных схемах, оказывается значительной. Для того чтобы ситуация стала ясней, мы нашли v^*как функцию n. Кривые $v^*(n)$, полученные при помощи аппроксимаций Паде, изображены ниже. Видно, что чем ближе значение n_c к 3,



тем меньше v^*. В силу вышесказанного, разумно предъявить точность, с которой псевдо-ε-разложение дает значения для n_c. Решаем $v^*(n)$=0, $\delta_4^*(n)$=0, находим n_c:

$M \setminus L$	0	1	2	3	4	5
0	4.0000	3.3268	3.0419	2.9278	2.8842	2.8673
1	4.0000	-	2.8056	2.8479	2.8571	
2	4.0000	2.9651	2.8542	2.8601		
3	4.0000	-	2.8594			
4	4.0000	2.8723				
5	4.0000					
RoC	4.0000	3.6634	-	2.8854	2.8542	2.8598

$M \setminus L$	0	1	2	3	4	5
0	4.0000	3.0704	2.9457	2.8517	2.8899	2.8217
1	4.0000	2.9092	-	2.8784	2.8649	
2	4.0000	2.7255	2.8501	2.8528		
3	4.0000	2.9244	2.8528			
4	4.0000	-				
5	4.0000					
RoC	4.0000	3.5352	2.9092	-	2.8501	2.8528

Получаем значения - 2.860 и 2.853 - близкие друг к другу, и к значению 2.862, даваемому пересуммированием по Паде самого псевдо-ε-разложение для n_c. Само разложение, которое получается решением уравнения $v^*(n,\tau)$=0 итерациями,[9]

$$n_c = 4 - \frac{4}{3}\tau + 0.2904231\tau^2 - 0.1896725\tau^3 + 0.1995126\tau^4 - 0.224651\tau^5. \qquad (3)$$

Наличие значения n_c позволяет нам получить альтернативную оценку для v^*.

$$v^* = \left.\frac{dv^*}{dn}\right|_{n_c}(3-n_c) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2v^*}{dn^2}\right|_{n_c}(3-n_c)^2 + \dots, \quad \left.\frac{dv^*}{dn}\right|_{n_c} = 1.25, \quad \left.\frac{d^2v^*}{dn^2}\right|_{n_c} = -1.26. \qquad (4)$$

Таким образом, мы получаем v^*=0.163 и δ_4^*=0.0731. Данные значения позволяют нам предположить, что истинное значение параметра анизотропии лежит в пределах погрешности нашей финальной оценки.

Заключение

Метод псевдо-ε-разложения позволил нам переопределить численное значение параметра анизотропии, которое оказалось в 1.5 раза больше, чем значение, даваемое трехмерной РГ, что делает аргументы, говорящими о возможности экспериментального обнаружения анизотропного критического поведения в кубическом ферромагнетике, более убедительными.

1. D. V. Pakhnin and A. I. Sokolov, Phys. Rev. B 61, 15130 (2000).
2. J. M. Carmona, A. Pelissetto, and E.Vicari, Phys. Rev. B 61, 15136 (2000).
3. A. I. Sokolov and M. A. Nikitina, Phys. Rev. E 89, 052127 (2014).
4. A. I. Sokolov and M. A. Nikitina, Phys. Rev. E 90, 012102 (2014).
5. A. I. Sokolov, M. A. Nikitina, Physica A 444, 177 (2016).
6. М. А. Никитина, А. И. Соколов, ТМФ 186:2, 230 (2016).
7. D. V. Pakhnin and A. I. Sokolov, Phys. Rev. B 64, 094407 (2001).
8. M. A. Nikitina and A. I. Sokolov, Phys. Rev. E 89, 042146 (2014).
9. R. Folk, Yu. Holovatch, T. Yavors'kii, Phys. Rev. B 62,12195 (2000).
10. A. Kudlis, A. I. Sokolov, arXiv: 1601.00147 (общедоступная публикация по теме) .

ФКС 2016
Петербургский институт ядерной физики

design by Andrew Kudlis