Примеры одно- и двухмерных алгоритмов, обладающих субпиксельной точностью

И.Л.Жогин (НПП «Буревестник», zhogin_il@bourevestnik.spb.ru)

1. Пример одномерного алгоритма субпиксельной точности

Одномерный алгоритм субпиксельной точности задействован в счетном рентгеновском однокоординатном детекторе ОД-3М, где точка поглощения кванта соотносится с центром лавины, образующейся в дрейфовом промежутке детектора [1]. Центр или максимум лавины вычисляется по зарядам, наведенным на три соседних стрипа, a, b, c (при этом $b \geq a, c$), с точностью более высокой (~0.1 мм), чем шаг стрипов (~5 мм).

Плотность заряда, наводимого на стрипы в окрестностях центра лавины можно представить в виде (росток функции из двух членов ряда)

$$f(x) = A - p(x-u)^2/2 + \dots \quad . \tag{1}$$

Заряд, попадающий на стрип, центр которого – в точке x^* (начало отсчета поместим в центре стрипа b), определяется интегралом ростка (1) по ячейке-стрипу (пренебрегаем зазорами, ширина стрипов = 1):

$$I(x^*) = \int_{-0.5}^{0.5} f(x+x^*)\, dx = A - p/24 - p(x^*-u)^2/2\,; \tag{2}$$

$$b = I(0), \quad a = I(-1), \; c = I(1).$$

Записывая антисимметричную, $c - a = 2pu$, и симметричную комбинации пикселей (сигналов), можно найти координату максимума, u,

$$2u = (c-a)/(2b-a-c)\,, \tag{3}$$

а также остальные параметры ростка (1), связанные с его амплитудой и шириной: $p = 2b - a - c$, $A = b + p/24 + pu^2/2$.

Если b=c (b=a), то из (3) получим u = 0.5 (-0.5), край пикселя.

Аналогичным образом можно учесть в (1) следующий член ряда – третьей (или четвертой – если функция симметрична) степени, и по четырем смежным стриповым сигналам найти параметры ряда.

В этом случае выражения для координаты максимума получаются более громоздкими, с квадратными корнями.

3. Примеры двумерных алгоритмов, достигающих субпиксельной точности

Похожей двухмерной задачей является определение центра лазерной линии в изображении 3D-камеры (измерение высоты объектов методом лазерной триангуляции; на Рис.2 показана камера C2-640-GigE, Automation Technology). Рисунок 3 сравнивает алгоритмы субпиксельной точности COG (center of gravity; учитываются пиксели с яркостью выше некоторого порога) и Peak Detector [2]. По-видимому, это алгоритмы одномерного типа.

Аналогично (1) можно рассматривать 2D-росток яркости лазерной линии:

$$f(x, y) = A + By - (a + by)(x - u - vy)^2/2\,; \tag{6}$$

шесть параметров ростка (включая координату центра и наклон линии центра) можно найти по значениям сигналов шести пикселей, образующих прямоугольник 3x2 (хотя при больших наклонах линии максимум будет сползать, и можно брать скошенные кластеры из шести пикселей, см. рис.4):

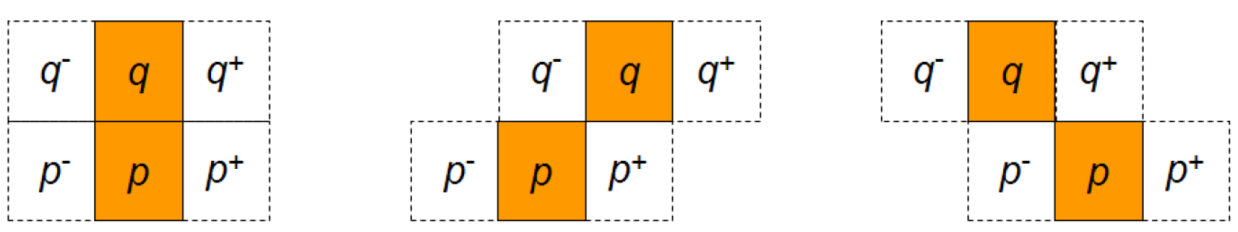


Рис.4. Кластеры из шести пикселей возле центра лазерной линии

Действуя похожим образом (вычисляя интеграл по площади пикселей из кластера и рассматривая их комбинации), можно найти следующее выражение для параметров, определяющих положение центра линии (опять считаем, что нет зазоров, пиксели – идеальные квадраты размера 1):

$$\binom{u}{v} = D^{-1}\begin{pmatrix} 2a & -4b/3 \\ -2b & 4a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q^+ - q^- + p^+ - p^- \\ q^+ - q^- - p^+ + p^- \end{pmatrix}\,, \tag{7}$$

где $D = 8(a^2 - b^2/3)$ – детерминант (он не должен быть равен нулю),

$$a = q + p - (q^+ + q^- + p^+ + p^-)/2, \quad b = 2q - q^+ - q^- + 2p - p^+ - p^-. \tag{8}$$

Если говорить о другой задаче – поиске координат отдельных пиков (например, рефлексов дифракционной картинки), то ее можно решить, взяв росток функции $f(x, y) = A - a(x-u)^2/2 - b(x-u)(y-v) - c(y-v)^2/2$ и кластер, включающий центральный (максимальный) пиксель, его четыре ближайших соседа, и один из диагональных соседей.

2. Трапециевидные, перекрывающиеся пиксельные функции (зоны) при одномерном сканировании

Одномерное изображение (ряд отсчетов, «пикселей») какой-то функции $f(z)$ можно получить не только с помощью линейки сенсоров, но и путем равномерного движения по z, со скоростью V, одного «точечного» сенсора, размер которого пусть равен h_0. Если время сканов (а также время экспонирования – снова пренебрегаем «зазорами») равно T, то период следования «пикселей» будет равен $h = VT$, см. Рис.1. Конечно, в общем случае время экспозиции может не совпадать со временем скана.

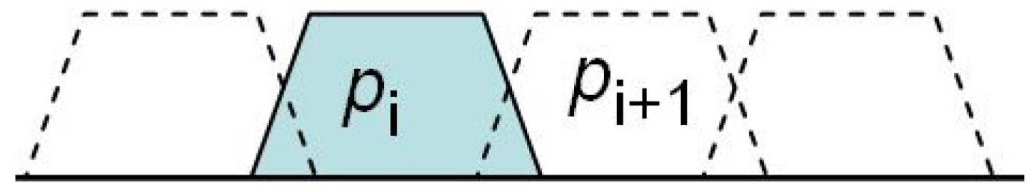


Рис.1. Перекрывающиеся «пиксели», равномерное сканирование

Трапециевидную форму пикселей можно представить как разницу двух треугольников. Основание трапеции (большого треугольника) равно $h_0 + h$ (это размер участка, дающего вклад в один отсчет или скан – к размеру сенсора добавляется длина, которую сенсор проходит за время скана; разные фрагменты этого участка находятся над сенсором, во время выбранного скана, разное время, а график этого времени имеет вид трапеции). Длина верхнего отрезка трапеции (и основания меньшего треугольника) равна $|h_0 - h|$, наклон боковых сторон, тангенс угла наклона, равен $\pm 1/V$, а проекция этих сторон равна $\min\{h, h_0\}$.

Нормируем график времени на время скана T, а дифференциал dz на ширину h_0; в результате среднее по пикселю принимает следующий вид (в центре пикселя z =0; при h=h_0 трапеция вырождается в треугольник):

$$<F(z)>_z = \int_{-\infty}^{\infty} F(z)P(z)\,dz = \int_{-\infty}^{\infty} F(z)[P_1(z) - P_2(z)]\,dz\,, \tag{4}$$

где $P_1 = \begin{cases} \frac{h_0 + h - 2|z|}{2hh_0}, & \text{если } |z| < \frac{h+h_0}{2}; \\ 0, & \text{если } |z| \geqslant \frac{h+h_0}{2}; \end{cases}$ $\quad P_2 = \begin{cases} \frac{|h_0 - h| - 2|z|}{2hh_0}, & \text{если } |z| < \frac{|h_0-h|}{2}; \\ 0, & \text{если } |z| \geqslant \frac{|h_0-h|}{2}. \end{cases}$

Распределение $P(z)$ четно, см. (4); для четных степеней z^{2p} нетрудно найти (нечетные средние равны нулю; $<1>_z = 1$, нормировка на единицу):

$$<z^{2p}>_z = 2^{-2p-2}\frac{(h+h_0)^{2p+2} - (h-h_0)^{2p+2}}{(p+1)(2p+1)h\,h_0}; \quad <z^2>_z = \frac{h^2 + h_0^2}{12}\,. \tag{5}$$

В пределе $h_0 \to 0$ получим средние обычных прямоугольных пикселей – можно сравнить (5) и второе слагаемое в (2). Для задачи определения положения максимума и в более общем случае трапециевидных пикселей будет справедливо выражение (3).

Для более высокой точности, однако, нужно учесть, что из-за точности изготовления линейных сенсоров (или из-за неоднородности движения сканирующего сенсора), пиксельные распределения могут немного отличаться друг от друга. Это может быть отражено с помощью неких поправочных коэффициентов к средним значениям, см. (5). Небольшие смещения центров пикселей от идеальных, равномерно распределенных положений приводят, например, к тому, что $<z>_z \neq 0$. Могут потребоваться более сложные способы калибровки (для оценки всех требующихся поправочных коэффициентов – не только различия в «площади» ячеек, но и средние более высоких степеней, первой и второй).

Рис.2. 3D-камера C2-640-GigE, алгоритм COG (center of gravity) для вычисления центра линии

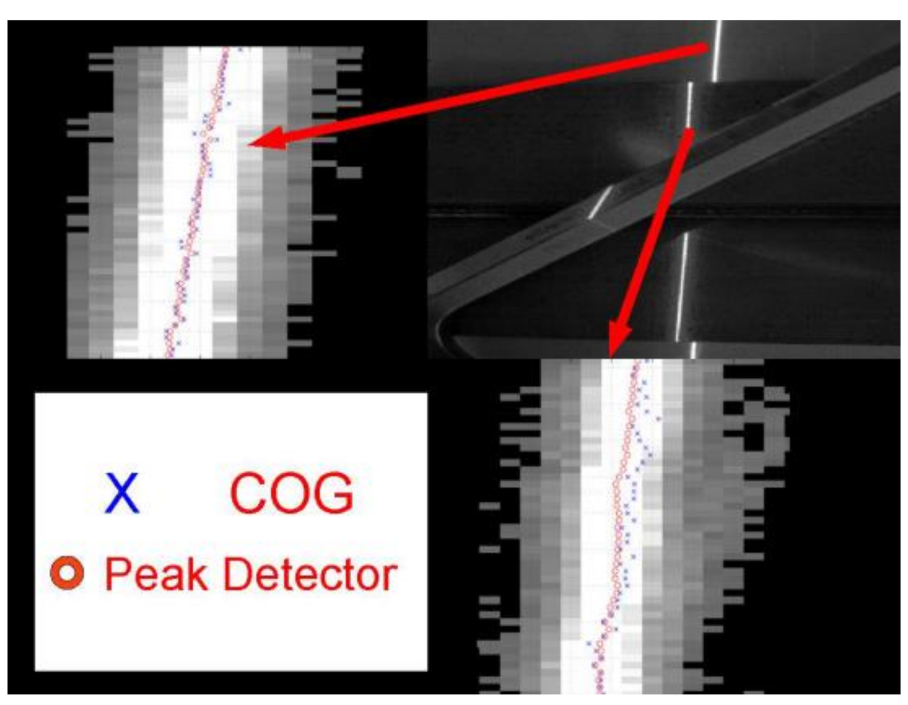
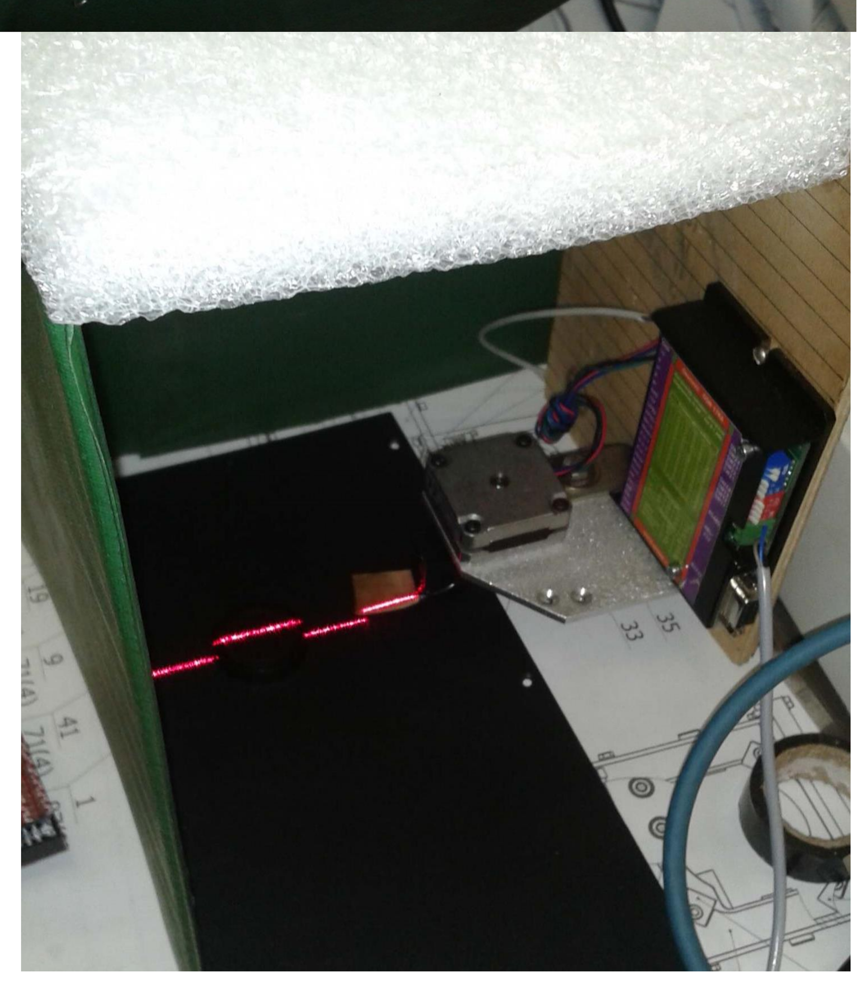


Рис.3. Сравнение алгоритмов субпиксельной точности COG (center of gravity) и Peak Detector (поиск максимума пика) [2]



Литература

[1] V.M. Aulchenko, O.V. Evdokov, et al., Nuclear Instruments and Methods. A603, 76 (2009). И.Л. Жогин, В.В. Жуланов, В.М. Титов. XIX Нац. конф. по синхротронному излучению. Сборник тезисов. Новосибирск: 2012, 78.

[2] www.photonfocus.com/fileadmin/web/manuals/MAN065_e_V1_0_MV1_D1024E_3D02.pdf